Die Beziehungen zweier einander räumlich affiner Gewölbe in statischer Hinsicht

Von Dipl.-Ing. JOSEF GROSS

Architekt

Assistent an der K. Technischen Hochschule
in München

VON DER
K. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES
DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
(DOKTOR-INGENIEURS)
GENEHMIGTE DISSERTATION

Referent: *Prof. Emil Edler von Mecenseffy*

Korreferent: *Prof. Dr. August Föppl*

TAG DER ANNAHME DER DISSERTATION:
23. JULI 1913.

Druck der C. Reichenbach'schen Buchdruckerei (M. Liebert) in Augsburg.

Die Beziehungen zweier einander räumlich affiner Gewölbe in statischer Hinsicht

von Dipl.-Ing. JOSEF GROSS

Architekt

Assistent an der kgl. Technischen Hochschule
in München

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

VON DER
TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU MÜNCHEN
ZUR ERLANGUNG DER WÜRDE EINES
DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
(DOKTOR-INGENIEURS)
GENEHMIGTE DISSERTATION

Referent:
Prof. E. v. Mecenseffy

Korreferent:
Prof. Dr. A. Föppl.

Einleitung.

Ein für den Architekten höchst wichtiger, aber leider von den meisten nur sehr mangelhaft beherrschter Abschnitt der angewandten Mechanik ist die Gewölbelehre. Ganz mit Unrecht vermeiden viele unserer heutigen Baukünstler die Anwendung echter, d. h. tragender Gewölbe. Schuld daran mag zum Teil die Entwicklung der Eisenkonstruktionen sein, die das verflossene Jahrhundert gebracht hat. Grosse Räume wurden ohne Schwierigkeit mit einer wagrechten Decke überspannt. Wollte man den Schein eines Gewölbes hervorrufen, so ward ein solches aus Rabitz mit Hilfe von Eisendrähten an die eigentliche Decke gehängt. Erst der Eisenbetonbau scheint die Architekten aus ihrer Ängstlichkeit wieder zu befreien; in ihm ist ja so ziemlich „alles möglich“; aber wenn Gewölbe in Eisenbeton ausgeführt werden, so verlangt man doch auch für diese eine Berechnung der auftretenden Spannungen. Solange die Gewölbe einfache Formen aufweisen, etwa über dem Quadrat oder dem Kreis errichtet sind, ist diese Berechnung nicht sonderlich schwierig. Umständlicher wird sie erst für gestreckte Grundrisse, wie das Rechteck oder gar die Ellipse. Zweck dieser Abhandlung ist, die Untersuchung solcher Gewölbe zu vereinfachen, indem sie auf entsprechende quadratische oder kreisförmige Gewölbe bezogen werden. Das nämliche Verfahren kann ebensogut für Ausführungen in Mauerwerk wie in Eisenbeton dienen.

Geschichtlicher Rückblick.

Schon in den frühesten Zeiten der Baukunst wurden Gewölbe zum Abschluss eines Raumes nach oben hin angewandt; allerdings mehr zu Ingenieur- als zu Kunstbauten. Obwohl den Ägyptern und Griechen das Gewölbe nicht unbekannt war, schlossen sie doch ihre Räume stets mit wagrechten Decken nach oben hin ab. Erst den Römern war es vorbehalten, den Gewölbebau in den Vordergrund zu stellen. Die Wölbkunst, die sie von den Toskanern gelernt hatten, haben sie in ihrer Art zu hoher Vollendung gebracht. Es ist kein Zufall, dass der Aufschwung, den der Gewölbebau bei den Römern genommen hat, zusammenfällt mit der weitestgehenden Anwendung von Mörtel und Beton zu Mauerwerk überhaupt. Der Hauptvorzug der Gewölbe aber war die Möglichkeit, gewaltige Innenräume zu schaffen. Was den Griechen nicht vergönnt war, haben die Römer durch Anwendung des Gewölbebaues erreicht. Zu der von den Toskanern übernommenen Tonne erfanden sie das Kreuzgewölbe und bildeten dieses und die halbkugelförmige Kuppel zur Kunstform aus. Alle diese Gewölbe haben die durchgehende Anwendung des Rundbogens gemein. Die Tonne zeigt stets halbkreisförmigen Durchschnitt; die Kreuzgewölbe entstehen aus der Durchdringung zweier aufeinander senkrecht stehender Halbkreiszylinder; die Kuppel erhebt sich über kreisrundem Grundriss und ist stets von kreisförmigem Querschnitt.

Auch in der altchristlichen Zeit wird wenig von diesem Prinzip abgegangen. Die Hängekuppel tritt auf und die ersten Versuche zur „Stechung“ der Kreuzgewölbe sind nachweisbar, so dass der Gratbogen manchmal ein Halbkreis wird.

Die romanische Baukunst übernimmt zunächst die Gewölbeformen des Altertums und formt sie ihren Zwecken entsprechend um. Auch hier sind die halbkreisförmigen Gewölbe die Regel. Infolge der von den Byzantinern übernommenen freihändigen Art des Wölbens mit einzelnen Steinen tritt aber allmählich eine Änderung in der Form der Gewölbe ein. Beim Kreuzgewölbe müssen die beiden Schildbögen nicht mehr unbedingt einander gleich sein, sind aber Halbkreisbögen; die Herrschaft des Kreises erweitert sich sogar noch, indem der Gratbogen immer häufiger als Halbkreis gebildet wird.

Der Wunsch nach möglichst freier Wölbweise wird durch die Gotik erfüllt, die mit dem vom Altertum übernommenen Schema der Gewölbe vollständig aufräumt. Stich- und Spitzbogen treten auf; jedes Bogenstück wird frei bestimmt, aber elliptische Bögen so gut wie gänzlich vermieden. Der Halbmesser des Hauptbogens ist häufig massgebend für alle übrigen Bögen.

Die Renaissance, die in Italien die Gotik rasch überwindet, nimmt sich wiederum die altrömischen Gewölbe zum Vorbild ohne die technischen Fortschritte des Mittelalters ganz aufzugeben. Da sie mehr die dekorative Seite der Gewölbe betont, findet man bei ihr als hauptsächlichste Form das Tonnengewölbe von halbrundem oder elliptischem Querschnitt, die Kuppel und die Kugelkappe. Erstere stets über dem Kreis einbeschriebenem regelmässigen Vieleck mit halbkreisförmigem oder erhöhtem spitzbogigen Meridian, letztere über quadratischem Grundriss. Grosse Vorliebe zeigt sich für Kloster- und Spiegelgewölbe, oft mit Stichkappen. Seltener dagegen ist das Kreuzgewölbe; die Rippenwölbung wird diesseits der Alpen noch einige Zeit gepflegt, dann aber aufgegeben. Die Wiedererfindung des Stuckes, mit dessen Hilfe die Gewölbe mit freien Teilungen und reichem Bildwerk geschmückt werden, hat anderseits zur Verwendung der Scheingewölbe geführt, verputzter Holzschalen, die manchmal von den echten Gewölben äusserlich schwer zu unterscheiden sind. Damit war dem Architekten Gelegenheit gegeben, gedrückte Gewölbe anzuwenden, ohne auf den starken Schub achten zu müssen, den solche Gewölbe ausüben würden, wenn sie echt wären.

In der Barock- und Rokokozeit bürgern sich solche Scheingewölbe fest ein. Bei der Vorliebe für die elliptische Form gegenüber dem Kreise helfen sie über viele Schwierigkeiten hinweg. Dennoch werden elliptische Tonnen, gedrückte Kreuzgewölbe mit elliptischen Schild- und Gratbögen, ja selbst Kuppeln über elliptischem Grundriss und mit elliptischem Meridian auch in echter Wölbweise ausgeführt.

Der Kampf zwischen echten und Scheingewölben ist bis heute noch nicht entschieden. Mit Rücksicht auf die Billigkeit werden vielfach immer noch Scheingewölbe den echten vorgezogen. Sie erfordern aber eine besondere Deckenkonstruktion an der sie aufgehängt werden. Mit Unrecht scheut man sich vor den echten Gewölben, die

ohne besondere Hilfskonstruktion den Fussboden eines darüberliegenden Stockwerkes aufnehmen können und in Bezug auf Feuersicherheit den weitestgehenden Anforderungen genügen.

In neuester Zeit gibt die Anwendung von Eiseneinlagen ein Mittel an die Hand, den Seitenschub aufzuheben oder wenigstens stark zu verringern.

Die Frage, ob elliptische Gewölbe schöner seien als solche aus dem Halbkreis, wäre müssig. Die Stilrichtung hat einmal diese, einmal jene Form vorgezogen und mit jeder Grosses und Schönes geleistet. Einen Vorteil hat das gedrückte elliptische Gewölbe vor dem Kreisgewölbe voraus: Man kann es auch in verhältnismässig niederen Räumen anwenden.

□□□□□□□□□□□□□□□□

Das Abbildungsprinzip.

In den nachfolgenden Abschnitten soll je ein elliptisches Gewölbe mit einem solchen aus dem Kreis konstruierten in Beziehung gesetzt werden. Es wird sich zeigen, dass man unter gewissen Voraussetzungen aus den Ergebnissen der statischen Untersuchung eines Kreisgewölbes auf ein verwandtes Ergebnis einer ebensolchen Untersuchung des elliptischen Gewölbes schliessen kann.

Um zu zeigen, in welcher Weise zwei solche verwandte Gewölbe miteinander verglichen werden sollen, sei auf die Rede Emil Müllers bei dessen Amtsantritt als Rektor der Technischen Hochschule in Wien verwiesen; er erläutert darin das „Abbildungsprinzip."

Die Dinge, mit denen sich der Mensch beschäftigt, sind teils körperlicher, teils geistiger Natur. Einerseits die Unmöglichkeit, diese Dinge greifbar vor sich zu haben, anderseits das Unvermögen, mit diesen Dingen Handlungen vorzunehmen, zwingt ihn sich Bilder von diesen Dingen herzustellen, an denen er diese Handlungen vornimmt und aus deren Ergebnissen auf die Folgen schliesst, die diese Handlungen, wenn an den Dingen selbst vorgenommen haben würden.

Unter einer Abbildung im allgemeinsten Sinn versteht Müller einen Gegenstand, der ein Ding der Aussenwelt oder der menschlichen Phantasie ersetzt und in dem Beschauer einen mehr oder weniger ähnlichen Eindruck, wie dieses Ding selbst, hervorzurufen vermag. Als solche Abbildungen in diesem populärsten Sinn führt er auf: Modelle von Bauwerken oder Maschinen, Plastiken aller Art, Theaterszenerien, Rundgemälde (Panoramen), Gemälde, Photographien und die mannigfaltigen Illustrationen, Schriftzeichen als Bilder von Tönen, als Bild der Sprache und diese wiederum als Bild von Gedanken usw.

Der Techniker und besonders der Architekt, muss sich vor Ausführung seiner Werke ein Bild davon machen. Die Darstellung durch Grund- und Aufriss ist die gebräuchlichste, da es unmöglich ist, alle Fragen durch Handlungen im Raum zu lösen. Sie ist aber ebenso willkürlich, wie die Darstellung des Welt-

raumes auf einer Kugel oder auf einer Ebene, oder die Darstellung der Erdoberfläche auf einer Ebene. All diesen Darstellungsarten ist gemeinsam, dass jedem Punkt des Raumes ein Punkt auf den Flächen entspricht, auf denen der Raum abgebildet ist.

Der grosse denkökonomische Wert des Abbildens besteht darin, Aufgaben über räumliche Dinge mit Hilfe der Abbildung zu lösen. Der nach bestimmten geläufigen Regeln ausgeführten Operation mit den Bildern entspricht eine Operation an den Originalen.

Die Abbildung des Raumes ist nicht auf die Ebene oder gekrümmte Flächen allein beschränkt. Der Raum kann auch auf sich selbst abgebildet werden. Denkt man sich einen Körper, der etwa aus Gummi oder Kautschuk bestehen möge, nach einer oder mehreren Richtungen gedehnt, so entspricht nach der Dehnung jedem Punkt der Endlage nur ein Punkt der Anfangslage. Die Endlage ist die Abbildung der Anfangslage und umgekehrt. Untersucht man zuerst die anfängliche Form des Gegenstandes nach gewissen Eigenschaften und dann die nachträgliche Form desselben auf ebensolche Eigenschaften und findet man, dass diese Eigenschaften ungeändert auftreten, so nennt man diese Eigenschaften projektiv. Die Wissenschaft, die sich mit diesen Eigenschaften befasst, heisst Projektive Geometrie.

Denkt man sich nun ein aus dem Kreis konstruiertes Gewölbe in der oben angegebenen Weise nach einer Richtung gedehnt, so entsteht ein elliptisches Gewölbe. Führt man für das Kreisgewölbe die statische Untersuchung durch, so gibt die projektive Geometrie Aufschluss darüber, in welcher Weise die Ergebnisse dieser statischen Untersuchung auf das elliptische Gewölbe anwendbar seien. Soll daher ein elliptisches Gewölbe statisch untersucht werden, so kann man an seiner Stelle das ihm verwandte Kreisgewölbe untersuchen und aus dem Ergebnis dieser Untersuchung auf die Kraftwirkung im elliptischen Gewölbe schliessen. Die Beziehungen, die zwischen diesen Ergebnissen bestehen, sind in den folgenden Abschnitten klargelegt. Hiebei wird nur von einer Art der Verwandtschaften Gebrauch gemacht, der Affinität.

Zuvor mögen noch einige Sätze aus der Lehre der projektiven Geometrie Erwähnung finden. Dies geschieht einerseits deswegen, um darauf Bezug nehmen zu können, ohne bereits bekannte Tat-

sachen nochmals zu beweisen, andererseits dem Leser die Kenntnis dessen zu vermitteln, was zum Verständnis dieser Abhandlung notwendig erscheint.

Alle diese Sätze beziehen sich auf die Affinität und sind aus Doehlemann, „Geometrische Transformationen I. Teil“ entnommen. Die beigefügten Zahlen bedeuten die Seiten, auf denen die Sätze im angegebenen Werke zu finden sind.

a) Transformationen in der Ebene.

1. Wenn in der Transformation ein Punkt auf einer Geraden liegt, so liegt der entsprechende Punkt auch auf der entsprechenden Geraden. (108)
2. In affinen Ebenen entspricht einem Büschel von Parallelstrahlen wieder ein dazu projektiver Parallelstrahlenbüschel. (142)
3. Durchläuft ein Punkt in der einen Ebene eine vollständig im Endlichen gelegene Kurve, so kann auch die Bahn des entsprechenden Punktes in der zu ihr affinen Ebene nicht ins Unendliche gehen, muss also ebenfalls ganz im Endlichen verlaufen. Einer Ellipse z. B. entspricht also wieder eine Ellipse oder gegebenenfalles ein Kreis, einer Hyperbel oder Parabel wieder eine solche Kurve. (142)
4. Begrenzt eine geschlossene Kurve in einem Felde einen Flächeninhalt, so gilt das gleiche von der ebenfalls geschlossenen Kurve in dem zu ihm affinen Felde. Solche entsprechende Flächeninhalte stehen in einem unveränderlichen Verhältnis. (142)
5. In affinen Ebenen stehen Strecken, die auf parallelen Geraden liegen, zu den ihnen entsprechenden Strecken im gleichen Verhältnis, das für alle Strahlen des Parallelstrahlenbüschels das nämliche bleibt. Zu zwei einander entsprechenden Richtungen gehört je ein Wert dieses Verhältnisses. (145)
6. Projiziert man ein ebenes System orthogonal in eine andere Ebene, so erhält man affine Felder. Das Verhältnis der Flächeninhalte entsprechender Figuren wird dann durch den Kosinus des Neigungswinkels der beiden Ebenen ausgedrückt. (147)

b) Transformationen im Raume.

7. Sind zwei Räume affin aufeinander bezogen, so entspricht einem Parallelstrahlenbündel oder Büschel wieder ein solches Gebilde und ebenso einem Parallelebenenbüschel. (267)
8. In affinen Räumen entspricht jedem Bündel von Parallelstrahlen wieder ein solcher Bündel und das Verhältnis k entsprechender Strecken ist unveränderlich für alle Geraden dieser Bündel. Es gehört zu jeder Richtung und zu der ihr entsprechenden ein solcher Wert der Konstanten k. (268)
9. In affinen Räumen ist das Verhältnis entsprechender Volumina eine konstante, unveränderliche Zahl oder: irgend zwei Volumina im einen System stehen zu einander im gleichen Verhältnis wie die entsprechenden Volumina im andern System. (269)

I. Affine Tonnengewölbe.[1]

Die bekannteste Form des Tonnengewölbes ist der Halbkreiszylinder. Die zum Kreis affine Figur kann nur eine Ellipse bilden. (Siehe Satz 3, Seite 9). Im Folgenden werden die Beziehungen zwischen kreisförmigen und elliptischen Gewölben behandelt. Die Behandlung affiner Gewölbe von parabolischer oder anderer Form liesse sich auf ähnliche Weise durchführen.

a) Das Tonnengewölbe mit veränderlicher lotrechter Achse.

Zeichnet man zu dem Querschnitt einer halbkreisförmigen Tonne nebst Belastungsfläche die dazu affine Figur mit der Kämpferlinie als Affinitätsachse und der lotrechten Achse als Richtung der Affinitätsstrahlen, so erhält man den Querschnitt einer überhöhten oder gedrückten elliptischen Tonne, je nachdem das Affinitätsverhältnis k, das durch das Verhältnis der Pfeilhöhen der beiden Gewölbe[2] gegeben ist, grösser oder kleiner als 1 ist.

---

[1] Vergl. Föppl Dr. A. Bd. II. § 61. 3. Aufl. 1912.

[2] Verhältnis der Pfeilhöhe der elliptischen Tonne zu der der kreisförmigen Tonne.

Zeichnet man in Bild 1 für die Halbkreistonne die Stützlinie ein, so ist auch die Stützlinie für das elliptische Gewölbe in affiner Lage zu ihr.

Die einander entsprechenden wagrechten Gewölbeschübe liegen affin, da beide je durch die Mitte im Gewölbescheitel gehen. Damit sind auch die Schnittpunkte dieser Kräfte mit den zugehörigen Gewichten der Tonnen in affiner Lage. Da die Punkte, durch die die Widerlagerdrücke hindurchgehen, affin gelegen sind, so gilt dies auch von den Widerlagerdrücken selbst. Was aber von den äussersten Seilzugstrahlen gilt, gilt ebenso von den zwischenliegenden Seilstrahlen.

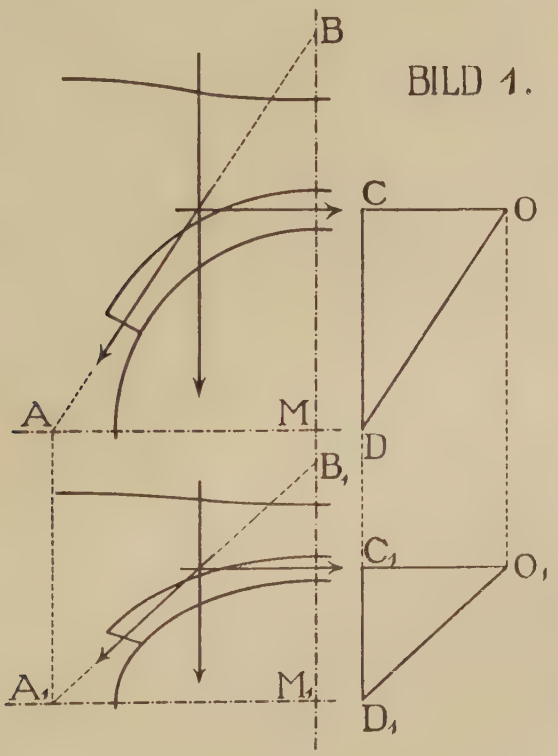


BILD 1.

Betrachtet man den Kräfteplan für die halbkreisförmige Tonne, so sieht man, dass das von den äussersten Polstrahlen und dem Tonnengewicht eingeschlossene Dreieck ähnlich ist zu dem vom Widerlager-

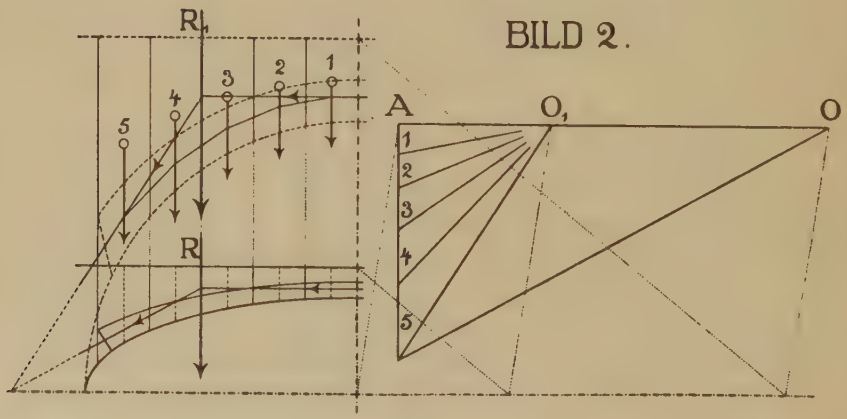
druck und den beiden Hauptachsen eingeschlossene Dreieck.[1]) Das Gleiche gilt von den entsprechenden Figuren für die elliptische Tonne. Von den beiden entsprechenden Dreiecken $M\ A\ B$ und $M_1\ A_1\ B_1$ sind aber die wagrechten Katheten einander gleich, während die lotrechten Katheten zu einander im Affinitätsverhältnis stehen. Da nun aber auch die Tonnengewichte im Affinitätsverhältnis stehen (vergl. Satz 4 Seite 9) so folgt aus dem Gesagten, dass die wagrechten Schübe der beiden Tonnen einander gleich sind.

Zu dem gleichen Ergebnis wäre man auch gekommen, wenn man die wagrechten Schübe rechnerisch ermittelt hätte. Die beiden Kräftepläne sind daher ebenfalls einander affin und das Affinitätsverhältnis ist dasselbe wie das der Gewölbequerschnitte.

Man kann daher unter Beachtung der affinen Beziehungen die Untersuchung einer elliptischen Tonne zurückführen auf die einer zu ihr affinen Kreistonne oder einer anderen elliptischen Tonne von gleicher Spannweite. Namentlich bei sehr flachen Gewölben wird man mit Vorteil davon Gebrauch machen.

So z. B. erleichtert man sich die statische Untersuchung eines flachen Brückengewölbes häufig durch Anwendung obigen Satzes von dem Gleichbleiben des wagrechten Schubes dadurch, dass man ein zu ihm affines aber steileres Gewölbe aufzeichnet (Bild 2)

BILD 2.



[1]) Bei entsprechender Wahl des Kräftemasstabes können die beiden Dreiecke sogar zur Deckung gebracht werden.

und für dieses unter Gleichsetzung der Gewichte der einzelnen Streifen die Untersuchung durchführt. Eigentlich müssten ja die Gewichte im Affinitätsverhältnis vergrössert werden, dann könnte man den Seilzug von dem gleichen Pol O aus zeichnen, der für das gedrückte Gewölbe gilt. Achtet man aber darauf, dass das Gleichsetzen der Gewichtsstrecken lediglich eine Masstabverkleinerung bedeutet, so kann man den sich ergebenden wagrechten Schub $A\ O_1$ durch entsprechende Masstabvergrösserung nachträglich auf das Mass $A\ O$ bringen.

Gewöhnlich kommt dem Konstrukteur die Tatsache der Affinität gar nicht zum Bewusstsein. Er denkt nur daran, dass er den Querschnitt des Gewölbes in sogenanntem verzerrtem Masstab aufträgt. Die Breitenmasse behält er der Wirklichkeit entsprechend bei, während er die Höhenmasse in wesentlich grösserem Masstabe aufträgt. Das erhaltene Gewölbe ist aber nichts anderes, als ein zu dem zu untersuchenden affines Gewölbe. Durch dieses Verfahren beschränkt er die unvermeidlichen Zeichenfehler auf ein geringstes Mass, denn die einzelnen Seilzugstrahlen des steileren Gewölbes schneiden sich unter weniger spitzem Winkel wie die entsprechenden Strahlen im flachen Gewölbe. Da der Querschnitt des verzerrt gezeichneten Gewölbes zu dem des tatsächlichen Gewölbes affin ist, so kann man unter Berücksichtigung der affinen Beziehungen nach dem Verzeichnen der Drucklinie im verzerrten Gewölbe Kräfteplan und Drucklinie des flachen Gewölbes leicht und mit grösster Genauigkeit in dessen Querschnitt eintragen.

b) Das Tonnengewölbe mit veränderlicher wagrechter Achse.

Wählt man die lotrechte Achse des Gewölbequerschnittes als Affinitätsachse (siehe Bild 3, Seite 14), so ist das Affinitätsverhältnis k gegeben durch das Verhältnis der Spannweiten der beiden Tonnen.[1])

Die Schwerpunkte der affinen Belastungsflächen liegen affin. (Vergleiche Föppl, Bd. I, § 24). Damit sind aber auch die Lotrechten durch diese Punkte und die Schnittpunkte der wagrechten

---

1) Verhältnis der Spannweite der elliptischen Tonne zu jener der kreisförmigen Tonne.

Schübe mit diesen Lotrechten in affiner Lage. Da aber auch die Punkte, durch welche die Widerlagerdrücke hindurchgehen, affin liegen, so ist dies auch von den Widerlagerdrücken selbst erwiesen. Es sind daher die entsprechenden äussersten Seilzugstrahlen und damit auch die Stützlinien einander affin.

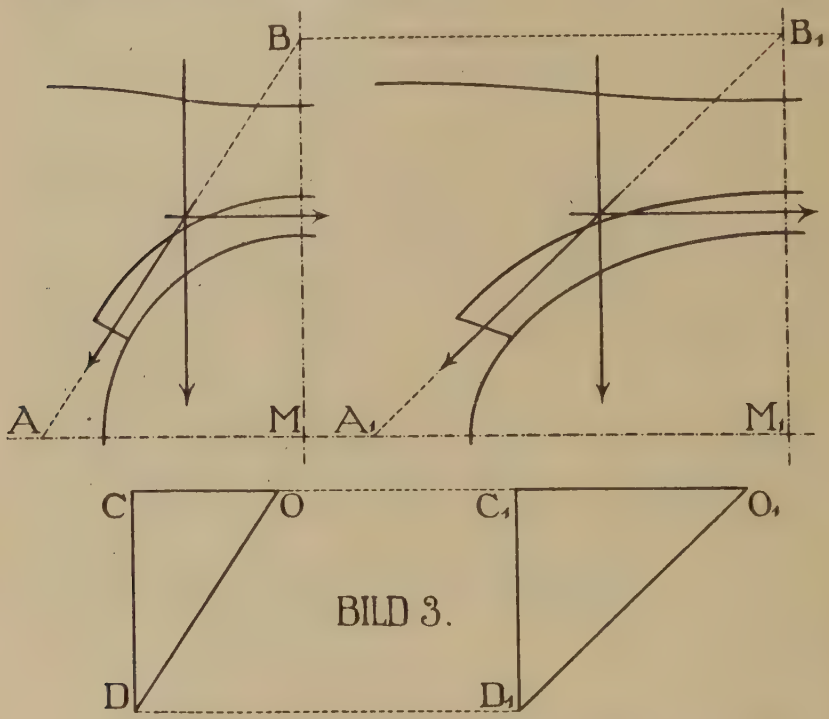


BILD 3.

Das vom Gewicht und den äussersten Polstrahlen gebildete Dreieck im Kräfteplan der kreisförmigen Tonne ist ähnlich zu dem Dreieck, das vom Widerlagerdruck und den Gewölbeachsen eingeschlossen wird. Bei entsprechender Wahl des Kräftemasstabes können die beiden Dreiecke auch kongruent sein. Das Gleiche gilt von den entsprechenden Dreiecken für die elliptische Tonne. Die Dreiecke $M\ B\ A$ und $M_1\ B_1\ A_1$ haben gleich grosse lotrechte Katheten, während die wagrechten Katheten im Affinitätsverhältnis stehen. Stellt man nun in den beiden Kräfteplänen die Gewichte durch gleichgrosse Strecken dar, so folgt aus der Ähnlichkeit zusammenge-

höriger Dreiecke, dass die Strecken, die die Richtung und das Mass für die wagrechten Schübe angeben, zu einander ebenfalls im Affinitätsverhältnis stehen. Damit sind die beiden Kräftepläne auch zu einander affin.

Bedeutet im Kräfteplan für die kreisförmige Tonne 1 cm 1 kg, so bedeutet er in jenem für die elliptische Tonne k kg, denn die Gewichte sind einander affin, da sie durch affine Belastungsflächen gegeben sind.

Ist nach Obigem die Strecke, die den wagrechten Schub für die elliptische Tonne darstellt, k mal so gross wie die für den Schub der Kreistonne, so ist sie, um die wirkliche Grösse des wagrechten Schubes der elliptischen Tonne zu erhalten, noch mit k zu vervielfachen, d. h. der wagrechte Schub wächst im Quadrat des Verhältnisses der Spannweiten.

Ähnlich wie den Fall a kann man auch den Fall b für die genauere Ermittlung der Stützlinie benützen. Denkt man sich nämlich die beiden Tonnen aus verschiedenem Stoff, so, dass beide gleich schwer sind, so erfährt auch der Kräftemasstab keine Änderung. Lediglich die wagrechte Komponente der einzelnen Kräfte muss dann im Affinitätsverhältnis geändert werden.

Durch die affinen Beziehungen ergibt sich in der elliptischen Tonne eine Zunahme der Gewölbestärke nach dem Auflager hin (siehe Bild 3). Bei manchem Baustoff ist die Wölbweise mit zunehmender Wölbstärke sehr wohl möglich. Es sind solche Tonnengewölbe in Haustein, Bruchstein, Beton und Eisenbeton vorhanden. Die heutige monumentale Tonne mit ihrem reichen Kassettenschmuck wird fast ausschliesslich aus Beton oder Eisenbeton hergestellt. Eine Zunahme der Wölbstärke nach dem Auflager lässt sich hier sehr leicht ausführen. Diese Zunahme ist auch nicht unberechtigt, denn der Druck des Gewölbes wird nach dem Widerlager hin immer grösser und die Lage der Stützlinie wenigstens praktisch immer unsicherer. Bei Anwendung von Backsteinmauerwerk liesse sich eine Zunahme zunächst durch Vergrösserung der Fugen, dann durch Einschieben kleinerer Steinstücke bei gleichzeitiger Verengerung der Fugen, dann wiederum durch allmähliche Vergrösserung derselben usw. erreichen. Aber selbst bei konstanter Wölbstärke, bei der also das elliptische Gewölbe nicht mehr dem

Kreisgewölbe vollkommen affin entspricht, lässt sich die affine Beziehung zwischen den Stützlinien der beiden Gewölbe beibehalten, sofern beide Gewölbe eine Aufmauerung besitzen, die aus demselben Baustoff besteht, wie die Gewölbe selbst. In diesem Fall ändert sich an der Belastungsfläche der elliptischen Tonne nichts, ob nun der Rücken der elliptischen Tonne affin zu dem Rücken der Kreistonne verläuft oder nicht. Dies gilt mit genügender Annäherung auch dann, wenn die Nachmauerung nicht bis zum Scheitel des Gewölbes reicht, sondern nur bis etwa zu $^2/_3$ der Pfeilhöhe.

Selbst wenn die Hintermauerung aus einem anderen Stoff besteht, wie das Gewölbe selbst, so ist der Gewichtsunterschied so klein, dass er vernachlässigt werden kann. Wenn es möglich war, im Kreisgewölbe die Stützlinie der Mittellinie möglichst nahe zu bringen, so wird die zu ihr affine Stützlinie im elliptischen Bogen von konstanter Wölbstärke nicht mehr mit der Mittellinie des Bogens zusammenfallen. Selbstverständlich wäre auch für diesen Bogen die wahrscheinlichste Stützlinie jene, die sich mit der Mittellinie am ehesten zur Deckung bringen liesse. Die Aufmauerung hat aber schliesslich noch den Zweck, eine Auskeilung des Gewölbes gegen die Widerlagsmauer zu bewirken. Sie wird einen Teil des wagrechten Schubes des Gewölbes aufnehmen und auf die Mauer übertragen. (Man kann daher ohne grossen Fehler die affine Stützlinie als eine der tatsächlich zu erwartenden sehr nahe kommende betrachten).

Bezüglich der Gewölbe in Haustein empfiehlt Rondelet[1]) nicht nur die Konstruktion der Ellipse aus dem Kreis mittelst Vergatterung, sondern auch die Konstruktion der Gewölbestärke mit Hilfe der gleichen Methode. Es entstünde daher ein im Sinne dieser Abhandlung zu der Halbkreistonne affines Gewölbe, für welches natürlich die obigen Betrachtungen in vollkommenstem Masse zutreffen. Ein ausgeführtes Gewölbe dieser Art findet sich im Conservatoire des Arts et Métiers zu Paris, das in der alten Abtei Saint-Martin-des-Champs untergebracht ist. Ein anderes solches Gewölbe, ebenfalls in Haustein, führt Rondelet seinen Lesern in der Black-Friars-Brücke[2])

---

[1]) Rondelet: Die Kunst zu bauen. II. Teil.

[2]) Rondelet: Tafel CXXVI. Ob die Black-Friars-Brücke in London gemeint ist, konnte ich nicht feststellen.

in England vor. Elliptische Tonnengewölbe von 36,6 m Spannweite und 10,7 m Höhe sind zwischen Pfeiler gespannt. Die Wölbstärke ist am Widerlager etwa doppelt so gross wie am Scheitel.

In dem von Soufflot erbauten Panthéon von Paris findet sich am Portal eine elliptische Tonne[1]) von einem Durchmesser von 18,85 m und einer Höhe von 11,40 m. Dieses Gewölbe besitzt auch eine nach dem Widerlager zunehmende Wölbstärke. Würde man das zu ihm affine Kreisgewölbe aufzeichnen, wobei die lotrechte Achse die Affinitätsachse wäre, so ergäbe sich ein Gewölbe, das ebenfalls zunehmende Gewölbestärke besässe. Das ist natürlich kein Fehler, nur wäre der Rücken hier kein Kreisbogen mehr, sondern ebenfalls ein elliptischer Bogen.

c) Der einhüftige Bogen.

Zeichnet man den Querschnitt und die Belastungsfläche einer halbkreisförmigen Tonne in schiefer Parallelprojektion auf, so erhält man den Querschnitt einer einhüftigen Tonne. Behält man die Grössen der lotrechten Strecken bei, so erhält man affine Figuren. Das Affinitätsverhältnis k ist gegeben, durch das Verhältnis der in wagrechter Richtung gemessenen Spannweiten der beiden Gewölbe.

In Bild 4 Seite 18 ist der Querschnitt einer halbkreisförmigen Tonne in orthogonaler und schiefer Projektion gezeichnet. Beide Querschnitte haben gleiche Spannweiten. Daher ist das Affinitätsverhältnis k gleich 1, d. h. beide Tonnen sind gleich schwer.

Bei der Projektion kommen entsprechende Punkte und Gerade in affine Lage. Die Projektion der Stützlinie der Halbkreistonne wird daher zur Stützlinie für den einhüftigen Bogen.

Betrachtet man den Kräfteplan für die Halbkreistonne, so sieht man, dass das von dem Tonnengewicht und den äussersten Polstrahlen gebildete Dreieck $O\ C\ D$ ähnlich und in diesem Falle durch entsprechende Wahl des Kräftemasstabes kongruent ist zu dem Dreieck $A\ M\ B$, das vom Widerlagerdruck und den Gewölbeachsen gebildet wird. Das Gleiche gilt von den entsprechenden Figuren für die einhüftige Tonne.

---

[1]) Rondelet: Tafel C L I.

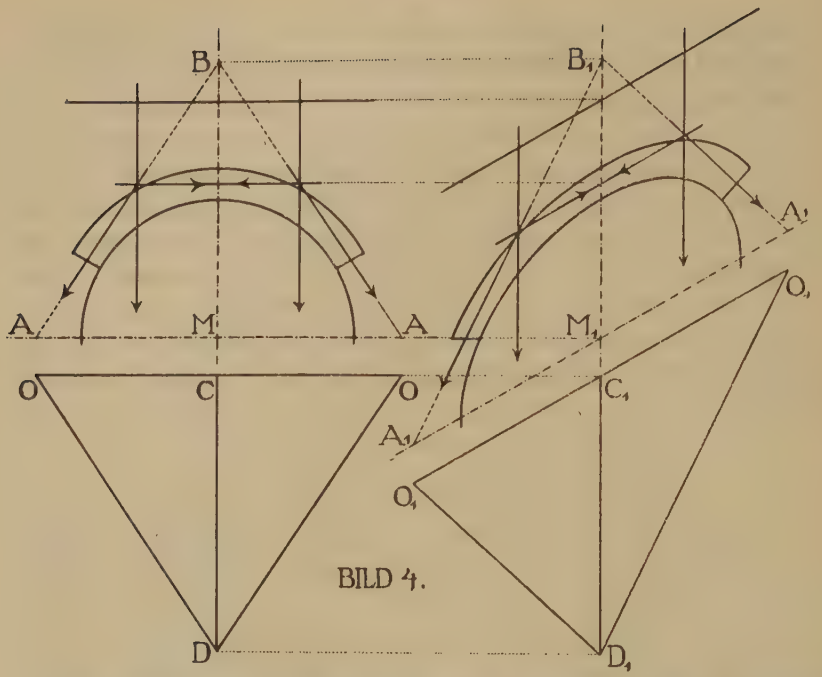


BILD 4.

Nun haben die beiden Dreiecke $A\ M\ B$ und $A_1\ M_1\ B_1$ gleiche Grundlinien $M\ B$ und $M_1\ B_1$ und gleiche Höhen.[1]) Da aber die Grundlinien $C\ D$ und $C_1\ D_1$ der Dreiecke $O\ C\ D$ und $O_1\ C_1\ D_1$ ebenfalls gleich sind, so folgt aus der Kongruenz[2]) zusammengehöriger Dreiecke, dass auch die Höhen der Kräftedreiecke einander gleich sind[3]). Der Kräfteplan für die einhüftige Tonne ist daher tatsächlich gleich der schiefen Projektion des Kräfteplans für die Halbkreistonne.

Daraus ergibt sich, dass der wagrechte Schub eines einhüftigen elliptischen Bogens mit schief symetrischer Belastung so gross ist wie der eines hiezu affinen halbelliptischen Bogens von gleicher Spannweite und wagrechten Kämpferfugen. Ist das Affinitätsverhältnis gleich 1, so ist der wagrechte Schub gleich dem des Halbkreisbogens.

Einhüftige Tonnen kommen als Gurtbögen bei steigenden Gewölben meist unter Treppenläufen vor. In diesem Fall wird die

---

[1]) Im allgemeinen stehen die Höhen zueinander im Affinitätsverhältnis.

[2]) Im allgemeinen aus der Ähnlichkeit.

[3]) Im allgemeinen zu einander im Affinitätsverhältnis stehen.

Zurückführung der Untersuchung auf einen Bogen mit wagrechter Kämpferebene eine wesentliche Vereinfachung bedeuten. Bezüglich der ungleichen Gewölbestärke gilt natürlich dasselbe, was bereits bei der wagrechten elliptischen Tonne gesagt wurde. Bei einer zur steigenden Kämpferebene parallelen Aufmauerung kann die Wölbstärke auch konstant bleiben, während sich an dem Verlauf der Drucklinie nichts ändert. In vielen Fällen wird jedoch der steigende Bogen nicht aus einem einzigen Ellipsenbogen bestehen können. Dieser Fall kommt aber hier nicht in Betracht.

d) Die Tonne mit steigender Längsachse.

Denkt man sich eine Tonne mit wagrechter Längs- und Querachse in viele kleine scheibenartige Tonnenteile von gleicher Dicke zerlegt, so ändert sich an dem statischen Verhalten der Gesamttonne nichts. Jedes Tonnenteilchen verhält sich wie die ganze Tonne. Lediglich die Grösse des wagrechten Schubes und des Widerlagerdruckes ändert sich der Dicke der Scheibe entsprechend. Hält man nun das vorderste dieser Teilchen fest und verschiebt jedes folgende gegen das vorhergehende um die gleiche sehr kleine Strecke nach oben, so entsteht die Tonne mit steigender Längsachse. Fasst man nun die wagrechten Schübe und die Widerlagerdrücke der einzelnen Tonnenscheiben wieder zusammen, so erhält man die gleichen Kräfte wie bei der wagrechten Tonne.

Die Tonne mit steigender Längsachse verhält sich daher in statischer Hinsicht ebenso wie die zu ihr affine Tonne mit wagrechter Längsachse.

Steigende zylindrische Tonnen kommen schon bei den Römern vor. Sie haben diese Gewölbe unter den Treppenläufen der Theater angewendet. Zu den bekanntesten steigenden Tonnen gehören die geneigten oder sogenannten hängenden Bogengänge des Amphitheaters zu Nîmes,[1]) dann die der „Scala d'Oro“ im Dogenpalast[2]) und die der Treppe der Confraternità di S. Rocco in Venedig.[2])

---

1) Siehe Monuments Historiques de la France. Bd. V, Pl. 2.

2) Siehe Cicognara, Edifices et Monuments Remarquables de Venise.

Bei den byzantinischen Kirchenbauten findet man sehr häufig als Widerlager für die Kuppel ein System von wagrechten Tonnen angewendet, deren Achsen radial von der Kuppelachse ausgehen. In späterer Zeit findet man in der Palastkapelle Karls des Grossen zu Aachen[1]) acht steigende Tonnen als Verstrebung der Kuppel gegen ihren Unterbau angewendet. Es liegt auf der Hand, dass diese steil ansteigenden Tonnen nicht nur einen freien Einblick in die Decken-Mosaiken gewähren, sondern, was von noch grösserer Bedeutung ist, eine bessere Widerlagerung der Obermauer des Mittelraumes schaffen. Zu der Beanspruchung der einzelnen Wölbsteine durch die Drucklinie der einzelnen lotrechten Ringe kommt noch eine Beanspruchung in der Gewölberichtung hinzu.

e) Die schiefe Tonne.

Ist die Achse der Tonne wagrecht aber nicht mehr normal zum Querschnitt, so entsteht die schiefe Tonne. Sie kommt häufig bei Ingenieurbauten vor, bei der Kreuzung zweier unter schiefem Winkel sich treffenden Strassen, von denen die eine über die andere hinweggeführt wird; ferner bei Kanalbauten usw. Im Hochbau ist sie selten.[2]) Da sie vollkommen affin ist zu einer Tonne mit lotrecht zum Querschnitt stehender Achse, so ist die statische Untersuchung leicht durch entsprechende Überlegungen durchzuführen. Ist die Grundlinie der schiefen Tonne ein Halbkreis, so ist der Normalschnitt eine überhöhte Ellipse. Da die Wölbstärke normal zur Leibung aufgetragen wird, so ergibt sich hier der umgekehrte Fall wie der Fall a, S. 10, dass nämlich der elliptische Schnitt von konstanter Wölbstärke ist, während der kreisförmige Schnitt nach dem Widerlager hin zunehmende Wölbstärke aufweist. Die statische Untersuchung kann aber nicht ausschliesslich nach dem Normalschnitt vorgenommen werden, denn sonst würden an den Enden im Grundriss dreieckige Tonnenreste verbleiben, die einerseits längs einer Geraden anderseits aber durch einen einzigen Punkt unterstützt würden.

---

[1]) Siehe Dehio und Bezold, Bd. I. Tafel 40, Bild 1—3.

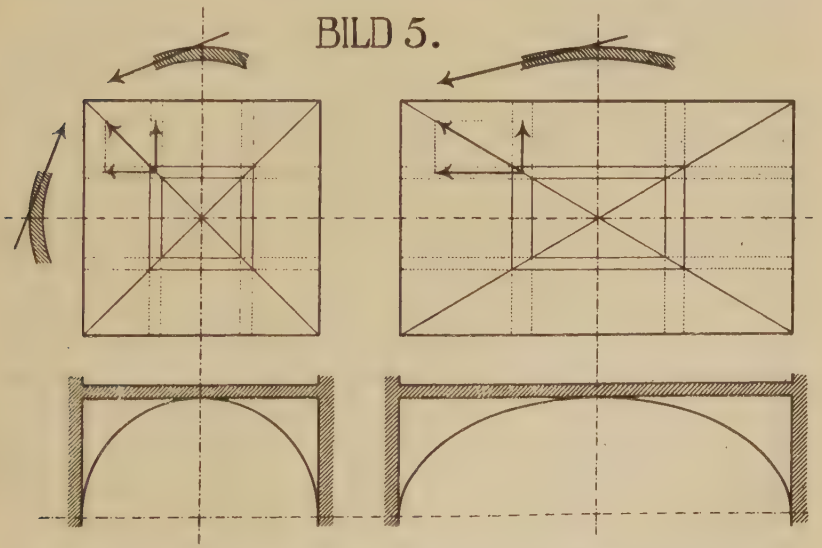
[2]) Ein klassisches Beispiel findet sich bei der Strassendurchführung durch die Loggia degli Innocenti in Florenz.

II. Das Kreuzgewölbe über rechteckigem Grundriß.

Das Kreuzgewölbe über rechteckigem Grundriss sei durch gleichmässige Dehnung eines solchen über quadratischem Grundriss in der Richtung der einen Achse entstanden gedacht. (Siehe Bild 5). Das quadratische Kreuzgewölbe werde durch zwei halbkreisförmige wagrechte Tonnen gebildet, die sich rechtwinklig durchdringen. Ähnlich wird dann das andere Gewölbe durch eine halbkreisförmige und eine halbelliptische wagrechte Tonne gebildet.

Die inneren Begrenzungsflächen der beiden Kreuzgewölbe sind einander räumlich affin. Damit die Gewölbe selbst einander affin werden, muss die Wölbstärke der elliptischen Tonne, ähnlich wie in Fall b, Seite 13, den Gesetzen der Affinität entsprechend, vom Scheitel gegen das Widerlager hin zunehmen.

BILD 5.



Zur statischen Untersuchung des Kreuzgewölbes über quadratischem Grundriss denkt man sich die beiden einander durchdringenden Tonnen in eine Anzahl gleich breiter Streifen zerlegt, von denen je einer in Bild 5 in Grund und Aufriss dargestellt ist.

Die Streifen sind am Schildbogen halbkreisförmig, werden dann segmentbogenförmig und nehmen nach dem Scheitel zu an Grösse ab. Ein jeder ist der Rest eines Halbkreisbogens. Alle Halbkreisbögen zusammen würden die ursprüngliche Tonne ergeben. Nimmt man gleichmässig verteilte Belastung an, so ist für jeden dieser Halbkreisbögen der Verlauf der Drucklinie derselbe. Am ihm ändert sich nichts, wenn man die durch die Gratebene weggeschnittenen Teile der Halbkreisbögen fortlässt.[1]) Alle Streifen haben daher den gleichen wagrechten Schub.

Immer treffen je zwei Streifen in demselben Punkt des Grates zusammen. Die von ihnen auf den Grat übertragenen Kräfte sind gleich gross und in Bezug auf die Gratebene symmetrisch. Sie schneiden sich daher in einem Punkt dieser Ebene. Zerlegt man jede dieser Kräfte in eine lotrechte und in eine wagrechte Teilkraft, so dass die lotrechte Teilkraft in die Gratebene fällt, so sind die beiden wagrechten Teilkräfte in Bezug auf die Gratebene symmetrisch. Ihre Resultierende liegt daher in der Gratebene.

In dem Gratpunkt wirkt auf den Grat die doppelte von einem Streifen übertragene lotrechte Last und die Resultierende aus den wagrechten Schüben, die ja alle einander gleich sind. Die Grösse der lotrechten Kraft ergibt sich aus dem Kräfteplan der Tonne durch einen Polstrahl, der parallel zur Endrichtung der Drucklinie im zugehörigen Streifen gezogen ist. Diese Kräfte können in den Gratbogen, der für sich herausgezeichnet werden muss, eingetragen und die Stützlinie für ihn ermittelt werden.

Die Einteilung des Kreuzgewölbes über quadratischem Grundriss sei affin auf das über rechteckigem Grundriss übertragen. Das Affinitätsverhältnis k sei gegeben durch das Verhältnis der Längsachse zur Querachse. Die einzelnen Streifen des rechteckigen Kreuzgewölbes stehen dann ihrem Inhalte nach zu den entsprechenden Streifen im quadratischen Kreuzgewölbe im Affinitätsverhältnis. Daher

---

[1]) Tatsächlich wird ja die Drucklinie in den segmentbogenförmigen Streifen gegenüber der des Halbkreisbogens eine Abweichung zeigen, da in jenen die Drucklinie leichter mit der Mittellinie zur Deckung zu bringen ist wie in diesem. Da der Fehler aber nicht sehr erheblich ist und das Gleiche von der anderen Tonne genau ebenso gilt, sei an der obigen Annahme festgehalten.

sind ihre Inhalte k mal so gross wie die der letzteren. (Vergl. Satz 9, Seite 10. Damit sind auch die Gewichte k mal so gross wie jene im quadratischen Gewölbe.

Für die kreisbogenförmigen Streifen kann bei entsprechender Änderung des Kräftemasstabes der gleiche Kräfteplan benützt werden wie für die Streifen im quadratischen Kreuzgewölbe. 1 cm bedeutet hier k mal so viel wie dort; es sind daher die einzelnen Gewichte und wagrechten Schübe k mal so gross wie die entsprechenden Kräfte in den zugehörigen Streifen des quadratischen Gewölbes.

Die elliptischen Streifen des rechteckigen Kreuzgewölbes sind affin zu den entsprechenden kreisbogenförmigen Streifen im quadratischen Gewölbe. Sie sind daher auch affin zu den kreisförmigen Streifen des rechteckigen Kreuzgewölbes, die mit ihnen in der Gratebene desselben zusammen stossen. Damit sind aber die Kräftepläne der einzelnen elliptischen Streifen affin zu jenen der kreisbogenförmigen Streifen durch denselben Gratpunkt. (Es haben auch hier alle Streifen den gleichen wagrechten Schub). Der Kräftemasstab bleibt derselbe. Der wagrechte Schub dagegen wird k mal so gross, wie jener der Kreisbögen, (vergl. Fall *b*, Seite 13), d. h. die Resultierende der wagrechten Schübe je zweier in einem Gratpunkt zusamentreffender Streifen fällt in die Gratebene.[1]) Es ist leicht einzusehen, dass dieser Satz auch für gestochene und busige Kreuzgewölbe Geltung haben muss, sofern nur die beiden einem Grate anliegenden Kappen einander in jeder Hinsicht affin sind.

Die in dem Gratpunkt von den beiden Streifen auf den Grat übertragenen lotrechten Kräfte sind einander gleich. Ihre Gesamtkraft ist k mal so gross wie jene in dem entsprechenden Gratpunkt des quadratischen Kreuzgewölbes. Dies gilt aber nicht von der

---

1) Vergl. Handbuch der Architektur, I., 1, 2: Landsberg, Statik der Hochbaukonstruktionen, 5. Abschn. 3. Kap. Der Verfasser kommt dort auf rechnerischem Wege zu dem gleichen Ergebnis allerdings nur für die Annahme einer gleichmässig verteilten Belastung des Gewölbes.

Vergl. auch Mohrmann u. Ungewitter, Lehrbuch der gotischen Konstruktionen, I. Teil. 4. Aufl. Seite 62. Dort wird nach einigen Ueberlegungen über die zu erwartenden Spannungen dieser Satz vermutungsweise ebenfalls ausgesprochen. Eine Beweisführung jedoch fehlt.

Gesamtkraft aus den wagrechten Teilkräften der beiden Streifen. Sie ist vielmehr noch k mal so gross wie die im Verhältnis der Grundrissdiagonalen vergrösserte Gesamtkraft des quadratischen Gewölbes. (Vergl. Satz 5, Seite 9).

Wählt man daher für den Kräfteplan des Kreuzgewölbes über quadratischem Grundriss den Masstab 1 cm = p (kg), so kann man aus dem gleichen Kräfteplan auch die Kräfte für das rechteckige Kreuzgewölbe herausmessen. Für die lotrechten Kräfte und für diejenigen in der Querrichtung gilt dann der Masstab 1 cm = p.k (kg), während für die Kräfte in der Längsrichtung 1 cm = $p \cdot k^2$ (kg) genommen werden muss. Für die Kräfte in der Diagonalrichtung endlich ist der Kräftemasstab 1 cm = $p \cdot k \cdot \sqrt{1 + k^2}$.

Wird die Hintermauerung des Gewölbes mit demselben Baustoff vorgenommen, aus dem das Gewölbe selbst besteht, so ist wie schon früher erwähnt, die lotrechte Belastung der elliptischen Tonne dieselbe, ob nun ihre Wölbestärke nach dem Widerlager hin zunimmt, oder sich gleich bleibt. Die obigen Betrachtungen gelten in diesem Falle daher auch für ein Gewölbe über rechteckigem Grundriss mit gleichbleibender Wölbstärke.[1])

In seinem Werke, „Die Kunst zu bauen“ II. Teil, deutsche Ausgabe, II. Bd. Seite 162, schildert Rondelet die Konstruktion eines Kreuzgewölbes aus Haustein über rechteckigem Grundriss. Die beiden einander durchdringenden Tonnen sind in Bezug auf die Gratebene affin. Besitzt die halbkreisförmige Tonne konstante Wölbstärke, so nimmt die der elliptischen Tonne nach dem Widerlager hin zu. Bei Ausführung eines solchen Gewölbes in Beton oder Eisenbeton ergeben sich keine Schwierigkeiten. Bei der in Haustein kann die Fugenteilung der elliptischen Tonne nicht mehr ganz affin zu jener der

---

[1]) Daran wird sich auch wenig ändern, wenn die Nachmauerung nicht ganz hinauf, sondern etwa nur bis $^2/_3$ der Leibungshöhe reicht. Dazu kommt noch, dass eine gut ausgeführte Nachmauerung nicht lediglich tote Last, sondern eine Auskeilung des Gewölbes gegen das Widerlager bedeutet und daher in noch entschiedenerem Sinne günstig wirken muss.

Kreistonne vorgenommen werden. Die affine Lage erforderte nach der Achse des elliptischen Zylinders gerichtete Fugen, also nicht solche senkrecht zur Leibung. Die Normalstellung der Fugen ist aber wenigstens näherungsweise zu verlangen. Auf die Ermittlung der Drucklinie hat übrigens die Fugenteilung keinen Einfluss.

Weiterhin gibt Rondelet an der gleichen Stelle Seite 169 die Konstruktion eines Kreuzgewölbes über einem ungleichseitigen Viereck an. Der über der kleinsten Seite gespannte Schildbogen ist ein Halbkreis, während alle übrigen Halbellipsen sind von gleicher Höhe wie dieser. Die einzelnen Tonnen sind zueinander der Leibung und dem Rücken nach in Bezug auf die Gratebene affin. Es sind daher auch für ein solches Gewölbe die Stützlinien der einzelnen entsprechenden Tonnen in affiner Lage.

Selbst bei nicht ganz vollkommen affinen Gewölben liefert die Affinität Aufschluss über die ungefähr auftretenden Spannungen. Solche nahezu affine Gewölbe kommen in der Gotik ziemlich häufig vor. Wo das gebundene System nicht durchgeführt ist, finden sich vielfach Kreuzgewölbe zwar von gleicher Breite aber von verschiedener Länge. Um nur eines von den vielen Beispielen anzuführen, sei die alte Catedrale Saint Nazare in Beziers[1]) erwähnt, welche zwei nahezu vollkommen affine Kreuzgewölbe aufweist. Bei gleicher Breite der beiden Gewölbe hat das eine eine Länge von $8^1/_2$ m, während das andere eine solche von 12 m aufweist.

Zu erwähnen ist noch der Fall, dass das Gewölbe sehr gedrückt wird. Bei quadratischem Grundriss lässt es sich sehr leicht auf Fall *a*, Seite 10 zurückführen, bei rechteckigem Grundriss auf ein Kreuzgewölbe, dessen Schildbögen auf der schmäleren Seite Halbkreise sind. Bei verhältnissmässig flachen Gewölben wird sich aber der Druck gleichmässig über das ganze Gewölbe verteilen. Es wird nicht mehr der Gratbogen die wagrechten Schübe aufnehmen, sondern diese werden durch die andere Kappe hindurch auf die Schildbogenmauer (oder auf den Gurtbogen) übertragen oder sich in Ringspannungen umsetzen. Da die wagrechten Schübe der einzelnen Ringe einer Kappe alle gleich sind, so werden die nicht zu ihr gehörigen Schildbogenmauern durch diese Kräfte, die verhältnismässig

1) Vergl. Monuments Historiques de la France, Bd. V. Pl. 40.

gross sind, längs des Schildbogens gleichmässig beansprucht, soferne nicht beim Auftreten von Ringspannungen innerhalb des Gewölbes eine andere Kraftverteilung stattfindet.

Bei Gewölben von grösserer Pfeilhöhe werden sich diese Drücke auf die Schildbogenmauern ebenfalls äussern, wenn auch nicht in diesem Masse wie bei ganz flachen Kreuzgewölben. In der Nähe des Scheitels setzen sich diese Drücke in Ringspannungen um. Dies wird umsomehr der Fall sein, je mehr die beiden Gewölbeflächen in eine einzige sphärische Fläche übergehen wie z. B. bei den Gewölben in der Klosterkirche zu Arendsee[1]), wo der Grat nur an den Widerlagern auftritt, in halber Höhe aber bereits verschwindet.

Sainte Trinité zu Angers[2]) zeigt annähernd kuppelförmige Kreuzgewölbe. Solche Gewölbe, bei denen sich die Wölbfläche auf einer Kuppel oder einem Ellipsoid oder einer sonstigen sphärischen Fläche befindet, entziehen sich einer Untersuchung wie der obigen, müssen vielmehr als Kuppeln behandelt werden.

Diese kuppelförmigen Kreuzgewölbe bilden den Übergang zu den stark gebusten Gewölben, bei denen jede Kappe für sich einer allseitig gekrümmten Fläche angehört. Jede Kappe müsste für sich als Kuppel untersucht werden. Wegen der unendlich mannigfaltigen Gestaltung der Gewölbe kann auf deren Untersuchung nicht eingegangen werden.[3])

---

[1]) Siehe Adler. Die Bauwerke des preuss. Staates, Bl. XXVI. Solche Gewölbe treten schon im 8. Jahrhundert auf. Auch die hochgebusten Gewölbe unserer rheinischen Dome des 12. Jahrhunderts (Speyer usw.) gehören hierher.

[2]) Siehe Dehio und Bezold, Tafel 102. 108.

[3]) Vergl. die Art der Untersuchung solcher gebuster Kappen durch Mohrmann und Ungewitter. Danach sollen sich in lotrechten Schnittebenen Druklinien ausbilden, die von dem vorhandenen oder auch ausserhalb der Kappe liegenden Scheitel ausgehen. Auf das Auftreten von Ringspannungen wird dabei keine Rücksicht genommen!

III. Das steigende Kreuzgewölbe über rechteckigem Grundriß.

Das Gewölbe sei erhalten als die Durchdringung zweier Tonnen, von denen die eine halbkreisförmigen Querschnitt und gegen die Wagrechte geneigte Längsachse besitze, während die andere eine wagrechte Längsachse und steigende Querachse habe und ihre Pfeilhöhe gleich der des Halbkreisbogens sei. Es kreuzen sich also zwei Gewölbe, wie sie in Fall *c* und *d*, Seite 17 und 19 besprochen sind.

Lässt man die Wölbstärke der einhüftigen Tonne, den Gesetzen der Affinität entsprechend, gegen die Widerlager zu anwachsen oder abnehmen, so kann man das ganze Gewölbe dem Raum nach sowohl, wie dem statischen Verhalten nach, affin beziehen auf ein Kreuzgewölbe mit wagrechten Achsen zunächst von gleichem rechteckigen Grundriss [1]), dann aber auch auf ein solches von quadratischem Grundriss und halbkreisförmigen Schildbögen.

Vergleicht man es zunächst mit einem Kreuzgewölbe mit wagrechten Achsen und gleichem rechteckigen Grundriss, so findet man vor allem, dass beide Gewölbe gleich schwer sind. Dies aus dem Grunde, weil zwei einander entsprechende Parallelepipede gleiche Grundfläche (angenommen parallel zur Querachse der Gewölbe) und gleiche Höhe (gemessen in der Längsachse der Gewölbe) haben. Die beiden sich durchdringenden Tonnen seien durch lotrechte Ebenen je in eine Anzahl gleich breiter Streifen geteilt entsprechend der Einteilung der zugehörigen Tonnen im wagrechten Gewölbe. Für die Streifen der Tonne mit steigender Längsachse bleiben die Kräftepläne dieselben wie für die der wagrechten Tonne. (Vergl. Fall *d*, Seite 19). Es ändert sich daher an den von diesen Streifen auf die Gratbögen übertragenen lotrechten und wagrechten Kräften nichts. Anders ist es mit den steigenden elliptischen Streifen: Sie sind zwar gleich schwer belastet wie die ihnen entsprechenden ellip-

---

1) Man denke sich das steigende Kreuzgewölbe über dem rechteckigen Grundriss von Bild 5 Seite 21 befindlich, so dass es in der Richtung der Längsachse ansteigt.

tischen Streifen mit wagrechter Achse und übertragen daher auf die Gratbögen zunächst die gleichen lotrechten Lasten wie jene; aus den wagrechten Schüben sind aber schräge Schübe geworden. Die Kräftepläne ändern sich affin entsprechend dem Fall *c*, Seite 17. Diese schrägen Schübe sind alle gleich gross, denn ihre wagrechten Komponenten sind gleich den wagrechten Schüben der Streifen mit wagrechten Achsen. Aus diesem Grunde fällt auch die Gesamtkraft aus dem wagrechten und dem schrägen Schub, die von je zwei in einem Gratpunkt zusammentreffenden Streifen, deren Ebenen auf einander senkrecht stehen, auf diesen Gratpunkt übertragen werden, in die Gratebene. Ihre Richtung ist parallel zur Diagonale des Rechtecks, welches durch die vier Kämpferpunkte des Gewölbes gebildet wird. Die von den beiden Streifen auf den Gratpunkt übertragenen lotrechten Kräfte sind einander gleich. Es sind daher nicht nur Stützlinien und Kräftepläne der einzelnen Streifen den zugehörigen Figuren der entsprechenden Streifen im wagrechten Kreuzgewölbe affin, auch die Stützlinien und Kräftepläne der Gratbögen sind affin zu jenen dieses Gewölbes.

Dieses Gewölbe ist aber affin zu dem Kreuzgewölbe über quadratischem Grundriss und zwar in Bezug auf die gleiche Affinitätsebene. Daher ist auch das steigende Kreuzgewölbe zu diesem der Form wie dem statischen Verhalten nach affin. Man kann also die Gewichte und die Spannungen des Gewölbes über quadratischem Grundriss durch einfache Umzeichnung, entsprechend der Projektionsrichtung und dem Affinitätsverhältnis auf das steigende Kreuzgewölbe über rechteckigem Grundriss übertragen.

Es ist ersichtlich, dass zwischen zwei affinen Kreuzgewölben über Grundrissen anderer Form auch hinsichtlich der Spannungen Affinität bestehen muss.

Was auf Seite 24 hinsichtlich der gleichbleibenden Wölbstärke der elliptischen Bögen gesagt ist, gilt natürlich im übertragenen Sinne auch von den steigenden elliptischen (sog. einhüftigen) Streifen des steigenden Kreuzgewölbes. Ebenso gilt das auf Seite 25 Gesagte auch für flache steigende Kreuzgewölbe.

Die häufigste Anwendung steigender Kreuzgewölbe ist die unter Treppenläufen. Durch Vergleich mit einem Kreuzgewölbe mit wagrechten Achsen lässt sich die Untersuchung eines solchen Gewölbes,

die anfänglich vielleicht schwieriger aussehen mag als sie ist, in einfacher Weise durchführen. Wenn der Architekt an das Entwerfen eines solchen Gewölbes geht, gibt auf jeden Fall der Vergleich mit dem wagrechten Gewölbe einen raschen Aufschluss über die zu erwartenden Spannungen, wenn auch die in der Praxis vorkommenden steigenden Gewölbe nicht ganz von der affinen Art sind.

Man findet die steigenden Kreuzgewölbe aber auch, ähnlich wie die steigenden Tonnen in der Palastkapelle zu Aachen, als Verstrebung von hochliegenden Gewölben gegen tieferliegende Mauerkörper. So sind bei S. Fedele zu Como[1]) das eine ähnliche Teilung des Grundrisses wie zu Aachen zeigt, steigende Kreuzgewölbe an Stelle der steigenden Tonnen verwendet.

IV. Das Kreuzgewölbe über rautenförmigem Grundriß.

Das Kreuzgewölbe über rautenförmigem Grundriss ist die Durchdringung zweier schiefwinkliger Tonnen. Da diese affin zu solchen sind, deren Achsen normal zum Querschnitt stehen, so kann das ganze Kreuzgewölbe zurückgeführt werden auf ein solches über rechteckigem oder sogar über quadratischem Grundriss. Die statische Untersuchung kann für dieses durchgeführt und auf jenes über rautenförmigem Grundriss entsprechend übertragen werden. Interessante Kreuzgewölbe über solch rautenförmigem Grundriss findet man im Kreuzgang des Franziskanerklosters zu Ragusa.[2])

V. Das Kuppelgewölbe über elliptischem Grundriß.

Denkt man sich den Meridianschnitt eines kreisförmigen Kuppelgewölbes dessen Wölbstärke innerhalb eines Ringes gleichbleibt, festgehalten und das ganze Gewölbe in der auf diese Meridianebene senkrechten Richtung der Länge nach auseinandergezogen, so erhält man

---

1) Dehio und Bezold. Tafel 40, Bild 4 und 5.

2) Siehe Zeitschrift: „Der Baumeister“ 11. Jahrgang. Heft 2, Taf. 21.

eine Gewölbeschale von elliptischer Form. Diese Schale ist räumlich affin zu der Halbkugelschale. Ihre Wölbstärke ist innerhalb eines Rings nicht mehr gleichbleibend sondern von Stelle zu Stelle verschieden. In dem mit der Kugelschale gemeinsamen Meridianschnitt ist die Wölbstärke gleich der der Kugelschale. Von da aus nimmt die Wölbstärke nach den Scheiteln der veränderten Achse*) allmählich zu oder ab, je nachdem die elliptische Kuppel durch Dehnung oder Verkürzung der auf der Meridianebene senkrechten Kugelachse entstanden gedacht ist.

Ein solches Gewölbe in Mauerwerk auszuführen wäre freilich schwierig. Bei Anwendung von Beton oder Eisenbeton aber würde die Ausführung ebenso leicht sein wie die eines Gewölbes von gleichbleibender Wölbstärke.

Die statische Untersuchung dagegen gestaltet sich durch Zuhilfenahme der Gesetze der räumlichen Affinität sehr einfach, während die einer Kuppel über elliptischem Grundriss und gleichbleibender Wölbstärke äusserst schwierig ist und dennoch keine einwandfreien Ergebnisse liefert.

In Tafel I (siehe Anhang!) ist durch Grund- und Aufriss eine Kugelschale mit nach dem Widerlager hin zunehmender Wölbstärke und die zu ihr affine elliptische Gewölbeschale gezeichnet. Die Inhalte der beiden Schalen stehen zu einander in einem ganz bestimmten Verhältnis. Denkt man sich der inneren Begrenzungsfläche der Kugelschale einen halben Würfel berührend umschrieben und ebenso dem Ellipsoid, das die elliptische Schale innen begrenzt, ein rechtwinkliges Parallelepiped, so sind die beiden erhaltenen Räume ebenfalls einander affin und zwar in gleicher Weise wie die eingeschriebenen Rundkörper. Ihre Inhalte verhalten sich zu einander wie die Längsachsen. Das räumliche Affinitätsverhältnis k ist daher gegeben durch das Verhältnis der beiden Längsachsen. (Verhältnis der grossen Achse der elliptischen Kuppel zum Durchmesser der Kreiskuppel). Der Inhalt und damit das Gewicht der elliptischen Kuppel sind deshalb k mal so gross wie die der Kreiskuppel. (Vergl. Satz 9, Seite 10). Denkt man sich die Kugelschale aus einem

*) In diesem Fall der Längsachse.

Stoff, dessen spezifisches Gewicht k mal so gross ist wie das des Stoffes aus dem die elliptische Kuppel besteht, so sind beide Gewölbe gleich schwer.

Der Gang der statischen Untersuchung einer kreisrunden Kuppel wird als bekannt vorausgesetzt.[1]) In Tafel I ist sie für die Kugelschale durchgeführt, von der aus auf die elliptische Kuppel geschlossen werden soll. Zu dem Zwecke ist erstere durch Meridianschnitte in 24 gleiche Ausschnitte zerlegt gedacht. Diese Ausschnitte sind alle gleich schwer. Jeder Meridianschnitt ist eine Symetrieebene und es genügt daher, die Untersuchung für einen Ausschnitt durchzuführen. Es ist angenommen, dass die Kuppel nur ihr eigenes Gewicht zu tragen habe. Die zur Bestimmung der Gewölbestärke notwendige Ergänzungsbelastung[2]) könnte im Kräfteplan durch entsprechende Aenderung des Kräftemasstabes Berüchsichtigung finden.

Der Kuppelausschnitt ist durch radiale Fugen in sechs Abschnitte geteilt. Das Gewicht des Abschnitts 4 ist durch dessen mittlere Wölbstärke dargestellt. Um für die anderen Abschnitte auch die mittleren Wölbstärken als Mass für die Gewichte nehmen zu können, ist aber erst eine Umwandlung derselben in den für den Abschnitt 4 festgelegten Massstab notwendig. Dies ist auf Tafel I durchgeführt.[3])

---

[1]) Siehe Föppl, Dr. A. Bd. II. § 65 (III. Auflage, 1912.)

[2]) Siehe Autenrieth Ed., die statische Berechnung der Kuppelgewölbe, Seite 33.

[3]) Näheres und Berechnung bei Föppl, a. a. O. Bei einer Kreiskugel. deren Wölbstärke vom Scheitel nach dem Widerlager hin nicht zunimmt, vielmehr an allen Stellen gleich bleibt ist eine derartige Umwandlung nicht notwendig. Teilt man nämlich die Kugeloberfläche durch eine Anzahl wagrechter Ebenen in einzelne Zonen ein, so verhalten sich die Oberflächen dieser Zonen zu einander wie die zugehörigen Höhen. Diese Höhen sind durch die Abstände der Teilungsebenen von einander gegeben. Ist nun jede dieser Zonen mit gleichviel Masse auf die Flächeneinheit belegt, was bei der eben genannten Kuppel der Fall ist, so können die Gewichte der einzelnen Zonen unmittelbar durch deren Höhen dargestellt werden. Ist die Kuppel durch lotrechte Meridianebenen zudem noch in ungleich grosse Ausschnitte zerlegt, so erhält man für jeden dieser Ausschnitte eine Anzahl Zonenabschnitte (in unserem Falle Wölbsteine), deren Gewichte durch den nten Teil der Zonenhöhen gegeben sind. Bei Anwendung des nfachen Masstabes können somit die Zonenhöhen als Mass für die Gewichte der Zonenabschnitte (Wölbsteine) genommen werden. Siehe die auf Tafel I beigegebene kleine Nebenzeichnung.

Die Schwerpunkte der einzelnen Sektorenabschnitte sowohl wie der Querschnitte dieser Abschnitte seien ermittelt und die Lotrechten bezw. Wagrechten durch diese Punkte, die die Lage und Richtung der Gewichte bezw. der Resultierenden aus den Ringspannungen angeben, gezogen. Es ist angenommen, dass der Baustoff der Kuppel imstande sei, die in den unteren Ringen auftretenden Zugspannungen aufzunehmen. Dann ist es möglich, die Stützlinie in ihrem ganzen Verlauf mit der Mittellinie des Kuppelquerschnitts zusammenfallen zu lassen. Man könnte natürlich ebensogut Zugspannungen als nicht zu berücksichtigend annehmen und den Verlauf der Stützlinie im unteren Teil der Kuppel unter dieser Voraussetzung bestimmen.

Moderne Kuppeln grösseren Umfangs werden heutzutage ziemlich ausschliesslich in Eisenbeton hergestellt. Die unteren, längs der Meridiane auf Druck und längs der Ringe auf Zug beanspruchten Teile würden mit wagrechten Eisen bewehrt werden. Da diese Eiseneinlagen die Zugspannungen aufnehmen, so kann die Untersuchung nach der auf Tafel I dargestellten Weise durchgeführt werden. Natürlich ist bei der Bemessung der Eiseneinlage auf die besondere Rechnungsweise die der Verbundkörper erforderlich macht, Rücksicht zu nehmen.

Auf Tafel I ist der Verlauf der Stützlinie und der dazu gehörige Kräfteplan durch punktierte Linien dargestellt. Es zeigt sich, dass im fünften und sechsten Ring Zugspannungen auftreten

Im Kräfteplan hat man jeweils die Resultierenden aus den Ringspannungen erhalten. Diese selbst erhält man, wenn man ihre Resultierende, die nach der lotrechten Kuppelachse zu gerichtet ist, in zwei zu ihr symmetrisch gelegene Kräfte zerlegt, die berührend an den Kreis verlaufen, der durch die Schwerpunkte der zugehörigen Stossfugen geht und dessen Mittelpunkt auf der Kuppelachse liegt. Auf Tafel I sind für den Ring 3_0 die Ringspannungen der Lage und Richtung nach eingezeichnet. Im zugehörigen Kräfteplan, der ebenfalls punktiert gezeichnet ist, sind die Kräfte der grösseren Deutlichkeit wegen 2mal so gross gezeichnet als sie sich aus dem Kräfteplan für die Stützlinie ergeben. Denkt man sich an Stelle der Resultierenden aus den Ringspannungen gleich grosse aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte angebracht, so bilden die Ringspannungen einen Seilzug, der berührend an einen Kreis verläuft, dessen Mittelpunkt

auf der Kuppelachse liegt. In dem zu diesem Seilzug reziproken Kräfteplan liegen die Resultierenden aus den Ringspannungen berührend an einen Kreis, während diese selbst nach dem Mittelpunkt dieses Kreises verlaufen.

Der Kräfteplan für die Ringspannungen kann für alle Ringe beibehalten werden, wenn man nur den Kräftemasstab entsprechend ändert.

Die Einteilung der Kreiskuppel in 24 gleich grosse Ausschnitte ist affin auf die elliptische Kuppel übertragen. Es entstehen ebensoviele elliptische Ausschnitte. Jeder dieser Ausschnitte steht zu dem ihm entsprechenden Kreiskuppelausschnitt im Affinitätsverhältnis. Daher verhalten sich ihre Rauminhalte wie $k : 1$. Da aber die Kreiskuppelausschnitte alle gleich gross sind, so folgt, dass auch die Ausschnitte der elliptischen Kuppel dem Inhalte nach einander gleich sind. (Vergl. Satz 9, Seite 10). Je zwei durch eine Meridianebene getrennte Kuppelhälften sind in Bezug auf diese Ebene schief symmetrisch.

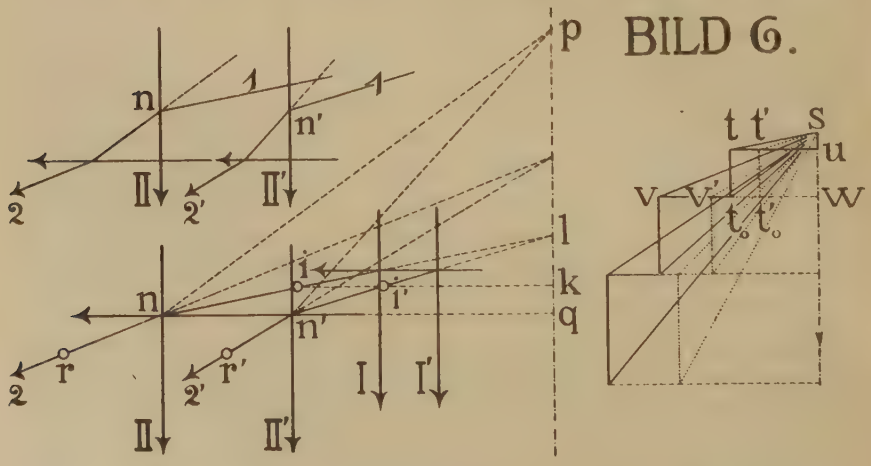
Ebenso wie die Einteilung der Kreiskuppel in Ausschnitte, ist auch ihre Einteilung in wagrechte Ringe affin auf die elliptische Kuppel übertragen. Nach Satz 9, Seite 10 sind die Inhalte der elliptischen Ringe k mal so gross wie die der Kreisringe. Durch die Meridianebenen, die die einzelnen Sektoren ausschneiden, werden die Ringe der elliptischen Kuppel in gleich grosse Wölbsteine zerlegt.

Da die Gewichte der beiden Kuppeln gleich gross angenommen sind, so sind innerhalb jedes beliebigen Ausschnitts der elliptischen Kuppel die einzelnen Wölbsteine dem Gewichte nach gleich den entsprechenden eines beliebigen Kreiskuppelausschnitts. Da aber die Stützlinie für jeden Ausschnitt eine andere Form haben wird, so werden auch die Spannungen für jeden Ausschnitt verschieden sein.

Schneidet man den Ausschnitt 1 der elliptischen Kuppel, der sich über ihrer Querachse erhebt, der Länge nach durch, so ist dieser Meridianschnitt gleich dem der Kreiskuppel. Da die Gewichte der einzelnen Wölbsteine gleich denen der entsprechenden Steine im Kreiskuppelausschnitt sind und die Schwerpunkte entsprechender Steine zusammenfallen, so gilt die Stützlinie dieses Ausschnittes auch für den elliptischen Kuppelausschnitt. Sämtliche Kräfte, auch die Resultierenden aus den Ringspannungen sind gleich geblieben.

Der Längsschnitt durch den Ausschnitt 7 ist affin zu dem entsprechenden 7' der Kreiskuppel. Die Schwerpunkte der einzelnen Wölbsteine sowohl wie die der Stossfugen und die Mitten der Lagerfugen liegen affin zu den entsprechenden Punkten des Ausschnittes 7'. Es ist daher auch die Stützlinie des Ausschnitts 7 zu der des Kreiskuppelausschnitts affin.

Damit ist aber auch der Kräfteplan zu dem des Kreiskuppelausschnitts affin. Dies ergibt sich aus folgender Überlegung. (Bild 6 gibt den oberen Teil der auf Tafel I dargestellten Stützlinien und der zugehörigen Kräftepläne wieder.) Das Dreieck $i\ k\ l$ ist ähnlich zum Kräftedreieck $t\ u\ s$ und affin zum Dreieck $i'\ k\ l$. Dieses Dreieck ist aber ähnlich dem Kräftedreieck $t'\ u\ s$, das mit dem Dreieck $t\ u\ s$ die Seite $s\ u$ gemeinsam hat. Es stehen daher die Seiten $t\ u$ und $t'\ u$, entsprechend den Strecken $i\ k$ und $i'\ k$ zu einander im Affinitätsverhältnis. Das Gleiche gilt von den Projektionen der Strecken $t\ u$ und $t'\ u$ auf die Wagrechte durch w. Die Dreiecke die diese Strecken $t_0\ w$ und $t'_0\ w$ mit der Strecke $s\ w$



bilden sind ähnlich den Dreiecken $n\ q\ p$ bezw. $n'\ q\ p$. Die Punkte n und n' sind als entsprechende Schnittpunkte der Fugendrücke 1 bezw. 1' mit den Gewichten II bezw. II' in affiner Lage. Daraus und aus der Ähnlichkeit zugehöriger Dreiecke im Kräfteplan folgt, dass die beiden Dreiecke $n\ q\ p$ und $n'\ q\ p$ die Strecke $q\ p$ ge-

meinsam haben müssen, dass also die Resultierenden aus den Fugendrücken *1* bezw. *1'* mit den Gewichten II bezw. II' in affiner Lage sind. Damit liegen auch die Schnittpunkte dieser Resultierenden mit den Resultierenden aus den Ringspannungen affin und das Gleiche gilt daher von den Fugendrücken *2* und *2'*. Genau so wie für die Fugendrücke *1* und *1'* lässt sich auch für die Fugendrücke *2* und *2'* beweisen, dass die zugehörigen Kräftedreiecke in affiner Lage sind, dass also die Strecken $v\ w$ und $v'\ w$ zu einander im Affinitätsverhältnis stehen.

Fährt man in dieser Weise fort, so findet man, dass Stützlinie und Kräfteplan für den elliptischen Ausschnitt *7* affin sind zu den entsprechenden Figuren für den Kreiskuppelausschnitt. Das Affinitätsverhältnis ist gegeben durch das Verhältnis des Abstandes irgend eines Punktes des Ausschnitts von der lotrechten Ebene, die den kreisförmigen Meridianschnitt der elliptischen Kuppel enthält, zum Abstand des entsprechenden Punktes von dieser Ebene.

Nun betrachte man irgend einen anderen Ausschnitt, z. B. den Ausschnitt 5. Dieser ist räumlich affin zum Ausschnitt 5'. Das räumliche Affinitätsverhältnis ist das gleiche wie das der Ausschnitte 7 und 7'. Für den Ausschnitt 5' sind Stützlinie und Kräfteplan die gleichen wie für den Ausschnitt 1'. Sie liegen auf der Meridianebene, die durch die Mitte des Auschnittes gelegt ist. Ueberträgt man diese Ebene affin auf den Ausschnitt 5, so wird dieser dadurch in zwei gleich grosse Teile zerlegt, die in Bezug auf diese Meridianebene 5 schief symmetrisch sind. Die Schwerpunkte der einzelnen Wölbsteine und die Mitten der Lagerfugen liegen auf dieser Ebene und die Schwerpunkte der Stossfugenflächen liegen schief symmetrisch in Bezug auf sie. Sämtliche Punkte liegen räumlich affin zu den entsprechenden des Ausschnitts 5'. Durch die gleiche Überlegung wie beim Ausschnitt 7 kommt man zu dem Schluss, dass auch für einen beliebigen Ausschnitt Stützlinie und Kräfteplan affin zu den zugehörigen Figuren in den entsprechenden Kreiskuppelausschnitten sind. Das Affinitätsverhältnis ist zunächst ein räumliches. Für die Stützlinie und den Kräfteplan wird es zu einem ebenen. Es stellt sich dann dar durch das Verhältnis der wagrechten Achse des Meridianschnitts durch die Mitte des elliptischen Ausschnitts zum zugehörigen Kreiskuppeldurchmesser. Man erhält daher den Kräfte-

plan irgend eines elliptischen Kuppelausschnitts, wenn man die Abstände der einzelnen Punkte des Kräfteplans für den Kreiskuppelausschnitt von der lotrechten Achse $s\ w$ in diesem Verhältnis vergrössert. Die grössten Meridianspannungen wird daher der Ausschnitt in der Längsachse der elliptischen Kuppel aufweisen, während sie nach dem Meridianschnitt in der Querachse zu allmählich abnehmen und hier mit den Meridianspannungen der Kreiskuppel übereinstimmen.

Die Resultierenden aus den Ringspannungen ergeben sich jeweils aus den Kräfteplänen für die Stützlinie. Auf Tafel I sind sie für den Ring III der Lage und Richtung nach eingezeichnet. Sie liegen in den Meridianebenen durch die Mitten der einzelnen Ausschnitte. Ihre Grösse ergibt sich, wenn man die bereits eingetragenen Resultierenden aus den Ringspannungen für den Ring III' der Kreiskuppel in diese Ebenen projiziert. Da die Stossfugenmittelpunkte des elliptischen Ringes affin liegen zu den entsprechenden des Kreisringes, so verlaufen die Ringspannungen in demselben berührend an eine Ellipse, die affin ist zu dem Kreis, der durch die Stossfugenmittelpunkte des Kreisringes gezogen ist.

Die Resultierende aus den Ringspannungen $\alpha\ \varepsilon$ des Kreisausschnitts 1' zerlegte sich in zwei gleich grosse, symmetrisch gelegene Kräfte, von denen die eine $\alpha\ \beta'$ der Lage, Grösse und Richtung nach in den Grundriss eingezeichnet ist. Der Punkt β' liegt auf der Mittelsenkrechten $\gamma\ \beta'$ von $\alpha\ \varepsilon$. Diese Strecke $\alpha\ \varepsilon$ stellt aber auch die Resultierende aus den Ringspannungen für den elliptischen Ausschnitt 1 dar. Sie zerlegt sich ebenfalls in zwei gleich grosse, symmetrisch gelegene Kräfte, die vom Punkte α aus nach den Stossfugenmittelpunkten hin verlaufen. Diese Punkte liegen affin zu den entsprechenden des Kreiskuppelausschnitts. Die Ringspannung für den elliptischen Ausschnitt liegt daher affin zu der des Kreiskuppelausschnitts. Ihr Endpunkt β liegt auf $\gamma\ \beta'$. Aus der Affinität folgt, dass $\gamma\ \beta$ Kmal so gross ist wie $\gamma\ \beta'$.

Die Ringspannung $\alpha\ \beta'$ hat man aus dem Kräftedreieck $o\ a'\ b'$ erhalten. Macht man $o\ m$ kmal so gross wie $o\ m'$ und $m\ a$ gleich $m'\ a'$ bezw. $m\ b$ gleich $m'\ b'$, so ist das Dreieck $a\ m\ o$ kongruent dem Dreieck $\alpha\ \gamma\ \beta$ und $o\ a$ parallel und gleich $\alpha\ \beta$. Es ist daher das Kräftedreieck $o\ a\ b$, das die Ringspannungen für den ellipti-

schen Ausschnitt liefert, affin zum Kräftedreieck $o\ a'\ b'$, das jene für den Kreiskuppelausschnitt ergibt.

Trägt man nun die Resultierende aus den Ringspannungen für den Ausschnitt 2 von b aus der Grösse und Richtung nach an, so erhält man den Punkt c. Da ihre Grösse und Richtung durch Affinität erhalten wurde, so liegt auch im Kräfteplan die Kraft $b\ c$ affin zur Kraft $b'\ c'$. Die vom Ausschnitt 2 auf den Ausschnitt 3 übertragene Ringspannung ist der Grösse und Richtung nach gegeben durch die Strecke $o\ c$, die affin liegt zu $o\ c'$, welches die entsprechende Ringspannung im Kreisring darstellt.

Fährt man auf diese Weise fort, so findet man, dass der gesamte Kräfteplan für die Ringspannungen im elliptischen Gürtel affin ist zu jenem für den zugehörigen Kreisring. Affinitätsachse ist die in dem Punkt o auf $o\ m$ errichtete Senkrechte. Beide Kräftepläne haben den Punkt o als Pol gemeinsam. Die Ringspannungen werden durch Polstrahlen dargestellt. Liegen die Resultierenden aus den Ringspannungen für den Kreisring im Kräfteplan berührend an einen Kreis, so liegen die entsprechenden Kräfte für den elliptischen Ring berührend an eine zu diesem Kreis affine Ellipse. Für alle übrigen Ringe kann man denselben Kräfteplan für die Ringspannungen benützen, wenn man nur den Kräftemasstab entsprechend ändert.

Man erhält daher den Kräfteplan für die Ringspannungen im Ellipsenring, wenn man die Abstände der einzelnen Punkte des Kräfteplans für den Kreisring von der Achse $o\ h$ k mal so gross von dieser Achse aus aufträgt und entsprechend verbindet.

Die grössten Ringspannungen wird der Ausschnitt in der Querachse der elliptischen Kuppel aufweisen. Nach der Längsachse der Kuppel zu nehmen sie allmählich ab und stimmen in dem hier befindlichen Ausschnitt nahezu (bei unendlich schmalen Ausschnitten genau) mit den Ringspannungen des Kreiskuppelauschnitts überein.

Ueber die Art der Stützlinie für die Spannungen innerhalb eines Ringes gibt auch folgende Ueberlegung Aufschluss. Betrachtet man zunächst die Kreiskuppel, so ist jede beliebig durch die lotrechte Achse gezogene auf der Kämpferebene senkrecht stehende Ebene eine Symmetrie-Ebene. Die von einer Kuppelhälfte auf die andere übertragenen Kräfte müssen der Symmetrie wegen normal auf dieser

Ebene stehen, sind also wagrecht gerichtet und gleichlaufend mit der Tangente, die an eine äussere wagrechte Begrenzungslinie in ihrem Schnittpunkt mit der Lotebene gezogen ist. Man kann sich unendlich viele solcher Symmetrie-Ebenen und die Schnittpunkte der Ringspannungen mit ihnen ermittelt denken. Da für jede Ebene das Gleiche gilt, so muss die stete Aufeinanderfolge der Punkte, die die Stützlinie bilden, ein Kreis sein. Dann ist die Stützlinie selbst für jede Symmetrie-Ebene ebenfalls symmetrisch.

Bei der elliptischen Kuppel sind die beiden Kuppelhälften, die durch eine, durch die lotrechte Achse gelegte Vertikalebene getrennt werden, schief symmetrisch. Die von der einen auf die andere übertragenen Kräfte müssen in die Projektionsrichtung fallen, laufen also parallel mit der Tangente, die an eine äussere wagrechte Begrenzungslinie der Kuppel in ihrem Schnittpunkt mit der Lotebene gezogen ist. Diese Betrachtung gilt für jede von den unendlich vielen lotrechten Symmetrie-Ebenen. Die Aufeinanderfolge der Punkte, die die Stützlinie bilden, besitzt also dieselbe Richtungsänderung, wie die zugehörige äussere, wagrechte Begrenzungslinie der Kuppel. Da diese eine Ellipse ist, so kann jene Aufeinanderfolge nur eine zu ihr konzentrische Ellipse von gleichem Achsenverhältnis sein. Für jede Symmetrie-Ebene ist dann die Stützlinie ebenfalls symmetrisch.

Die Fugenteilung und die Spannungsrichtung stehen zueinander in einem ganz bestimmten Verhältnis. Beim Kugelgewölbe verlaufen alle Spannungen normal zur Fugenrichtung oder, was das Gleiche ist, in der Richtung der Berührenden an die Kugelfläche In der elliptischen Kuppel verlaufen die Spannungen auch berührend an die mittlere Kuppelfläche, aber nicht mehr normal zu den Fugen; denn diese Fugen sind nach dem Mittelpunkt der elliptischen Kuppel zu gerichtet, eine Eigenschaft, die ihnen infolge ihrer affinen Lage zu den Fugen der Kreiskuppel zukommt. Da nun die Fugen nicht mehr normal zu den Spannungen liegen, so wäre unter Umständen ein Abgleiten einzelner Wölbsteine übereinander zu befürchten. Man wird aber zweckmässig die Fugen nicht in der Richtung nach dem Mittelpunkt der Kuppel zu anordnen, sondern normal zur Kuppeloberfläche. Dann stehen auch die Fugendrücke auf den Fugen senkrecht. Ein Gleiten einzelner Steine ist ausgeschlossen. Ledig-

lich für die Gewichtsbestimmung zur Ermittlung der Spannungen wird man die zur Kreiskuppel affine Fugenteilung vornehmen.

Über die wahrscheinlichste Form der Stützlinie gibt der Satz von Castigliano vom Minimum der Formänderungsarbeit Aufschluss*). Es ist innerhalb der Kuppel jede im Gewölbequerschnitt beliebig gezogene Linie als Stützlinie denkbar, wenn nur die Ringspannungen passend dazu gewählt werden. Nach dem von Castigliano ausgesprochenen Satz ist aber jener Gleichgewichtszustand zu erwarten, für den die Formänderungsarbeit zu einem Minimum wird. Dies ist nahezu für jene Stützlinie der Fall, welche sich der Mittellinie des Gewölbequerschnitts am engsten anschliesst. Für die Kreiskuppel und für die zu ihr affine elliptische Kuppel kann aber bei jeder Gestalt des Gewölbequerschnitts die Stützlinie mit der Mittellinie zur Deckung gebracht werden. Bei der Kreiskuppel verlaufen die Ringspannungen wegen der Gleichheit aller Ausschnitte ganz von selbst längs der Mittellinie der kreisförmigen Ringe. Infolge der Affinität deckt sich auch im elliptischen Ring der Verlauf der Spannungen mit dessen Mittellinie. Es ergeben also die in Tafel I ermittelten Stützlinien den tatsächlich zu erwartenden Gleichgewichtszustand nicht nur der Kreiskuppel, sondern auch der zu ihr affinen elliptischen Kuppel. Will man Zugspannungen als nicht zu berücksichtigend annehmen, so ist nach dem bereits bei der Tonne Gesagten klar, dass die Stützlinien, die man in die einzelnen Mauerkörper hinein fortsetzt, affin bleiben zu dem unteren Verlauf jener in den Kreiskuppelwiderlagern.

Kuppeln mit wagrechter Abgleichung über elliptischem Grundriss können sehr wohl mit gleichbleibender Wölbstärke in den einzelnen Ringen ausgeführt werden, ohne dass sich an den Stützlinien etwas zu ändern bräuchte, die für den Fall gezeichnet wurden, dass die Wölbstärke nach dem Scheitel der grossen Achse hin zunimmt. Denn an dem Gewicht der Kuppel mit wagrecht abgeglichener Aufmauerung ändert sich nichts, ob nun die Wölbstärke gleich bleibt oder nach einem Scheitel hin zunimmt.

Der Auflagerdruck der Kuppel auf ihrer wagrechten Unterlage (Trommel) ist bei der kreisrunden Kuppel an jedem Meridian der

*) Siehe Föppl, Dr. A., Bd. III. Aufl. 1905, S. 163 u. f.

gleiche, denn von jedem Ausschnitt wird das gleiche Gewicht auf eine gleich grosse Kämpferfuge übertragen. Auch bei der elliptischen Kuppel, die nach Tafel I konstruiert ist, sind die einzelnen Ausschnitte gleich schwer und die Auflagerflächen, da sie den Kämpferfugen der entsprechenden Ausschnitte der Kreiskuppel affin sind, einander gleich. Die Beanspruchung des Mauerwerks in der Kämpferfuge des elliptischen Gewölbes ist eine gleichmässige. Sie ist so gross wie jene in der Kämpferfuge der affinen Kreiskuppel aus gleichem Stoff. Ruht die Kuppel schliesslich auf einer Anzahl von Säulen die in affiner Lage angeordnet sind zu der gleichmässigen Verteilung ebensolcher unter einer Kreiskuppel, so erhält jede Säule die gleiche lotrechte Belastung.

Die Kuppeln des Altertums sind ausschliesslich über kreisförmigem oder einem dem Kreis einbeschriebenen Vieleck errichtet. Meist ist der Meridianschnitt ein Viertelkreisbogen.[1]) Von ersterem Prinzip ist auch das Mittelalter nicht abgegangen. Selbst bis auf den heutigen Tag hat man grösstenteils daran festgehalten. Die Form des Meridianschnitts ist dagegen vielfach verändert worden. Die erste Kuppel der Sophienkirche in Konstantinopel hatte eine sehr stark gedrückte Form, wurde aber bald nach ihrer Erbauung durch ein Erdbeben zerstört. Stark überhöhte Kuppeln auf Hängezwickeln besitzt die Kirche Sant' Antonio zu Padua.[2]) Auch nach der Kettenlinie geformte Kuppeln kommen vor. Der Schnitt durch das Pantheon in Paris[3]) zeigt 3 Kuppeln von verschiedenem Meridian über demselben Grundriss. Es liegt auf der Hand, dass man die statische Untersuchung einer Kuppel mit elliptischem oder sonst irgendwie geformtem Meridian auf dem Umweg über eine auf demselben Grundriss errichtete andere Kuppel durchführen kann, ähnlich, wie es schon bei der Tonne Seite 11 für diese besprochen worden ist. Für flache Kuppeln wird diese Methode von Vorteil sein.

---

[1]) Die sassanidische Kuppel zeigt allerdings überhöhten halbelliptischen Querschnitt.
[2]) Siehe Dehio und Bezold. Tafel 100, 103, Bd. I. S. 354.
[3]) Siehe Isabelle E. Les édifices circulaires et les dômes. Pl. 73.

Kuppeln über gestrecktem Grundriss treten schon frühzeitig im Orient auf. Man kann dabei nicht von elliptischem Grundriss in streng mathematischem Sinne sprechen. Die Kathedrale von Paros[1]) und die St. Irenenkirche in Konstantinopel[2]) weisen solche Grundrisse auf.

Die erste Kuppel über rein elliptischem Grundriss zeigt sich in der Vierungskuppel des Doms zu Pisa.[3]) Die 1063 begonnene Kathedrale besitzt ein Querschiff, das schmäler ist als das Hauptschiff. Dies hat eine rechteckige Vierung zur Folge. Die elliptische Form der Kuppel wird aber nicht gleich von Anfang an beabsichtigt gewesen sein, denn während der ganzen übrigen Bauperiode des romanischen Stils ist die Vierungskuppel immer an das Quadrat gebunden gewesen; waren doch die Ausmasse der Vierung bei dem sogenannten gebundenen System grundlegend für die Bemessung des übrigen Grundrisses der zu erbauenden Basilika.

Abgesehen von diesen vereinzelnten Vorläufern[4]) ist die Kuppel über elliptischem Grundriss eigentlich ein Kind des Barockstils. Allerdings wurde zu dieser Zeit das Scheingewölbe vielfach angewendet.[5]) Eine aus Backstein erbaute elliptische Kuppel mit elliptischer Laterne zeigt die Karl Borromäuskirche in Wien.[6]) Bei einem Durchmesser von 16 m in der kleinen und 24 m in der grossen Achse besitzt sie eine Wölbstärke, die im Scheitel etwa 54 cm und am Widerlager etwa 75 cm beträgt. Die Wölbstärke kann wohl für die einzelnen wagrechten Ringe als gleichbleibend angenommen

---

1) Siehe Bühlmann Dr. M., Die Kathedrale von Paros. Heidelberg, 1914.

2) Siehe A. van Millingen, Byzantine Churches in Constantinople. London, 1912. S. 84.

3) Siehe Dehio und Bezold. Bd. I. S. 230.

4) Hiezu gehören auch noch die elliptischen Kuppeln des altertümlichen Kirchleins des hl. Adalbert auf dem Hauptringplatz und der Kapelle der hl. Salome an der Franziskanerkirche, beide in Krakau.

5) Ein Meisterstück in ihrer Art sind die hölzernen Scheingewölbe der ehemaligen Abteikirche zu Neresheim, durch ihre sichere Verbindung mit dem Dachstuhl bemerkenswert. Auch die St. Michaelskirche in Augsburg hat ein solches Gewölbe.

6) Siehe Ohmann Fr., Architektur und Kunstgewerbe. Wien, Serie II. Taf. 101—105.

werden. Diese Kuppel könnte also nach dem oben geschilderten Verfahren nicht untersucht werden.[1])

Die Konstruktion einer Kuppel über elliptischem Grundriss in Haustein wird äusserst schwierig durch die Forderung, dass die Fugen senkrecht auf der inneren Leibung der Kuppel stehen sollen. Rondelet beschreibt in seinem Werke, die Kunst zu bauen, deutsche Ausgabe, Seite 207 den Steinschnitt einer solchen Kuppel. Am Eingang und an der Haube des Chors des Pantheons in Paris finden sich zwei Teile sphäroidischer Gewölbe, welche nach diesem Verfahren ausgeführt wurden. Rondelet fordert aber nur für die Lagerfugen ein Senkrechtstehen derselben auf der Oberfläche der Kuppel, während er von den Stossfugen annimmt, dass sie in den Meridianebenen liegen dürfen. Wäre er über das Wesen der Ringspannungen in der heutigen Auffassung voll unterrichtet gewesen, so hätte er auch für die Stossfugen, „im Interesse der Regelmässigkeit, der Genauigkeit und der Beobachtung des allgemeinen Grundsatzes der Solidität“ des Steinschnitts die gleiche Forderung stellen müssen.

Heutzutage werden grosse Kuppeln vorwiegend in Eisenbeton hergestellt. Aus der jüngsten Zeit erwähnenswert sind die elliptische Vollkuppel[2]) über der Zentralhalle im Erweiterungsbau der Münche-

---

[1]) Weitere massive Kuppeln über elliptischem Grundriss aus der Barockzeit sind die Kuppel über dem Prunksaal der Hofbibliothek in Wien,
„ „ der Kirche des Salesianerinnenklosters in Wien (mit elliptischer Laterne),
„ „ der Klosterkirche in Ottobeuren,
„ Kuppeln der Wallfahrtskirche in Vierzehnheiligen.
„ Kuppel der Kirche des Kreuzherrenstifts in Prag (mit elliptischer Laterne),
„ „ „ südlichen Kapelle des Clementinums in Prag (mit elliptischer Laterne),
„ Kuppeln der zwei Kapellen der Mariä-Himmelfahrtskirche auf dem Strahow in Prag (auf Hängezwickeln und mit elliptischen Laternen),
„ Kuppel der Kurfürstenkapelle des Doms zu Breslau,
„ „ „ Muttergottes-Kapelle an der Vinzenz-Kirche zu Breslau (mit elliptischer Laterne),
„ „ „ Katharinenkapelle an der Dominikanerkirche in Krakau (mit elliptischer Laterne)
und eine Menge andere, meist kleinere Kuppeln.

[2]) Im Gegensatz zu Rippenkuppel.

ner Universität,[1]) die innere Kuppel des Verkehrsministeriums in München und die mit ihren Längsachsen aufeinander senkrecht stehenden Vollkuppeln über der Eingangshalle und dem Hauptraum des ständigen Ausstellungsgebäudes der Stadt Breslau.[2]) Da die Wölbstärke innerhalb eines wagrechten Ringes gleichbleibend angenommen wurde, so folgt daraus eine äusserst verwickelte und umständliche Berechnung, wie sie für die Kuppel an der Universität im Handbuch für Eisenbetonbau, IV. Band, I. Teil, Seite 564 usw. auszugsweise vorgeführt ist. Die Berechnung der inneren Kuppel des Verkehrsministeriums schliesst sich dieser Berechnungsweise an. Ein Vergleich der in den Tabellen dieser Berechnung aufgestellten Spannungen ergibt auch hier die Tatsache, dass die Meridianspannungen in der Längsachse der Kuppel am grössten werden, dass aber die Ringspannungen ihren grössten Wert am Scheitel der kleinen Achse erreichen.

Die Rippenkuppeln können nicht in das Bereich dieser Abhandlung fallen. Die Rippenkuppel, die als räumliches Tragwerk aufgefasst werden kann, setzt sich aus einzelnen Rippen zusammen, die sich gegen einen Schlussring stemmen. Ihre Berechnung schliesst sich an die ebener Binder an, doch ist zu beachten, dass die wagrechten Ringe Spannungen übertragen und somit günstig wirken werden.

Die Ausführung einer affinen Kuppel hat (es sei der Vergleich gestattet) eine ähnliche Bedeutung wie die eines Gelenkes bei einem durchlaufenden Träger. Hebt dieses die statische Unbestimmtheit der Konstruktion auf, so bietet die affine Kuppel die Möglichkeit, die Spannungen einwandfrei festzustellen. Lediglich aus diesem Grunde wäre der Vorschlag verständlich, die affine Kuppel auszuführen, vorausgesetzt, dass es der Baustoff zulässt.

---

1) Siehe Zeitschrift: „Der Baumeister". VIII. Jahrgang, S. 29, Tafel 17 und 18.
2) Siehe Deutsche Bauzeitung XLVII. Jahrgang No. 42 vom 24. Mai 1913.

VI. Die Kuppel über elliptischem Grundriß, deren Wölbstärke innerhalb eines Ringes gleich bleibt.

Das oben angegebene Verfahren macht es übrigens möglich, die elliptische Kuppel mit in den wagrechten Ringen gleichbleibender Wölbstärke ohne übergrossen Arbeitsaufwand genügend genau zu untersuchen. Der Architekt wählt gewöhnlich die innere Begrenzungsfläche der Kuppel als Oberfläche eines Ellipsoids. Der Rücken der Kuppel ergibt sich durch Auftragen der Wölbstärke auf die Leibung. Die äussere Begrenzungsfläche ist nicht mehr die Oberfläche eines Ellipsoids.

Die Kuppel, die mit Hilfe des folgenden Verfahrens untersucht werden soll, müsste eigentlich etwas anders gestaltet sein. Nicht mehr die innere Begrenzungsfläche dürfte als Ellipsoid angenommen werden, sondern die Fläche, die in der Mitte zwischen der inneren und der äusseren Begrenzung liegt. Diese letzteren ergeben sich dann, wenn man die Wölbstärke je zur Hälfte nach innen und nach aussen hin senkrecht zur mittleren Fläche aufträgt. Die beiden erhaltenen Flächen würden keine ellipsoidischen Flächen mehr sein, doch weichen sie so wenig von solchen ab, dass dies mit freiem Auge nicht bemerkt werden kann und praktisch bedeutungslos ist.

Die mittlere Fläche des auf diese Weise erhaltenen Gewölbes deckt sich vollständig mit der einer Kuppel, wie sie im Abschnitt V S. 29 behandelt ist. Sind für diese sämtliche in ihr auftretenden Kräfte nach dem dort angegebenen Verfahren ermittelt, so können die in jener auftretenden Spannungen durch Umänderung der Kräftepläne erhalten werden. Auf Tafel II ist die statische Untersuchung für eine Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke[1]) durchgeführt. Zunächst wird die elliptische Kuppel vollkommen affin zu einer

---

[1]) Unter gleichbleibender Wölbstärke soll in diesem Abschnitt immer die innerhalb eines wagrechten Ringes gleich bleibende Wölbstärke verstanden sein. Dies schliesst nicht aus, dass die Wölbstärke vom Scheitel nach dem Widerlager hin zunimmt.

Kreiskuppel gezeichnet, deren Wölbstärke so gross angenommen ist, wie jene, die die Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke erhalten soll (Tafel I). Die statische Untersuchung wird nach dem unter Abschnitt V angegebenen Verfahren für die Kreiskuppel durchgeführt und die Ergebnisse entsprechend auf die affine Kuppel übertragen. Für sämtliche Ausschnitte sind die Kräftepläne in Tafel II in dünnen Linien herausgezeichnet. Macht man nun die Wölbstärke innerhalb eines Ringes überall gleich jener am kleinsten Meridianschnitt, lässt sie also nach der grossen Achse der Kuppel hin nicht zunehmen, so sind offenbar die Gewichte der einzelnen Wölbsteine zu gross angetragen. In der Nähe des kleinsten Meridianschnitts werden die Gewichte keine oder nur geringe Aenderungen erfahren müssen, da hier die Wölbstärke ohnehin auf eine nicht allzukleine Strecke sich nahezu gleich bleibt. Je grösser aber der Winkel ist, den die Mittelebene eines Ausschnitts mit der Ebene des kleinsten Meridians bildet, desto grösser wird der Unterschied sein zwischen dem Gewicht des Ausschnitts der affinen Kuppel und jenem des Ausschnitts der Kuppel von gleichbleibender Wölbstärke.

Betrachtet man irgend einen Ausschnitt der affinen Kuppel, so ist die mittlere ellipsoidische Fläche zugleich die mittlere Fläche für den Ausschnitt der Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke. Behält man die Stoss- und Lagerfugen der Wölbsteine des affinen Ausschnitts für jenen der Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke bei, dann verhalten sich die Gewichte je zweier Wölbsteine mit gemeinsamer mittlerer Fläche zu einander wie die mittleren Wölbstärken. Bei genügend kleinen Wölbsteinen kann man als mittlere Wölbstärke die durch den Schwerpunkt des Wölbsteins des affinen Ausschnitts annehmen. Es ist dies anscheinend eine grobe Annäherung, da aber der Unterschied zwischen den Wölbstärken nicht gross ist, so kann man sie als zulässig gelten lassen. Aendert man nun die Gewichte der einzelnen Wölbsteine im Verhältnis der Wölbstärken und trägt diese neuen Gewichte in die Kräftepläne ein, so erhält man die neuen veränderten Kräftepläne sehr rasch, da ja die Fugendrücke ihre Lage im Kräfteplan nicht ändern. Die Kräftepläne für die affine Kuppel sind dünn ausgezogen. Die Aenderungen, die sich auf die Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke beziehen, sind mit stärkeren Strichen angegeben.

Die mittlere Wölbstärke der einzelnen Steine der affinen Kuppel kann auf verschiedenem Wege ermittelt werden.

Das in Bild 7 dargestellte Verfahren ist von Herrn Professor *E. v. Mecenseffy* angegeben. Es soll im Punkt A_1 auf der mittleren Kuppelfläche die Wölbstärke der Kuppel bestimmt werden. Man verbinde A_1 mit dem Mittelpunkt der Kuppel und suche die Durchstosspunkte dieser Geraden mit der inneren und der äusseren Begrenzungsfläche. Dann lege man an die mittlere Kuppelfläche in A_1 eine berührende Ebene (die mit Hilfe einer Berührungsebene an die

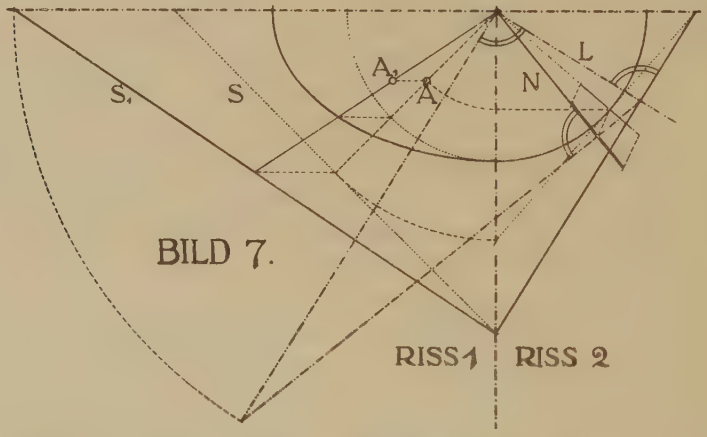


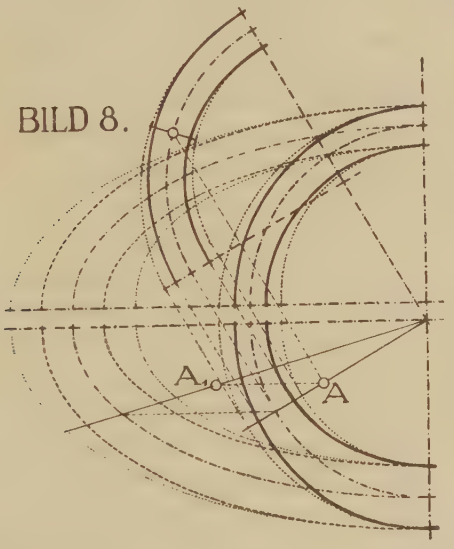
BILD 7.

Kugelfläche in Punkt A leicht gefunden werden kann) und parallel zu dieser zwei solche Ebenen durch die eben ermittelten Durchstosspunkte. Dann gibt der Abstand dieser beiden letzten Ebenen mit ziemlicher Genauigkeit die Wölbstärke der Kuppel an der Stelle A_1 an. Sie verhält sich zu der ursprünglichen Wölbstärke wie der Abstand der durch A_1 gehenden Berührungsebene vom Kuppelmittelpunkt zum Halbmesser der mittleren Fläche der Kreiskuppel, bezw. wenn die mittlere Fläche der Kreiskuppel keine Kugelfläche ist, zum Abstand der durch A gehenden Berührungsebene an diese Fläche vom Kuppelmittelpunkt.

Die in Bild 8 dargestellte Ermittlung des Verhältnisses der Wölbstärken an irgend einer Stelle der Kuppel geht von der Erwägung aus, dass sich die innere und äussere Begrenzungsfläche der Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke nicht viel von Ellipsoiden

unterscheiden. Dies ist namentlich dann der Fall, wenn die Wölbstärke klein ist im Vergleich zu den Durchmessern der Kuppel. Drückt man nun die beiden mit einander zu vergleichenden elliptischen Kuppeln in der Affinitätsrichtung zusammen, so lange, bis die affine Kuppel in die Kreiskuppel übergeht, so erhält man aus der Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke eine solche, deren Wölbstärke von der Affinitätsebene nach der zu ihr senkrechten Meridianebene abnimmt. An

BILD 8.



irgend einer Stelle A, die durch zurücktragen von A_1 gefunden wird, ist dann das Verhältnis der Wölbstärken unmittelbar gegeben durch die Abstände der Durchstosspunkte des durch A gehenden Kugelhalbmessers mit den Begrenzungsflächen der Kuppeln. Alle Meridianschnitte sind als Ellipsen angenommen. (Sollte die mittlere Fläche der Kreiskuppel keine Kugelfläche sein, so gilt eine ähnliche Überlegung.) Die Wölbstärken der hier verglichenen Kreiskuppeln an irgend einer Stelle verhalten sich zu einander wie die Wölbstärken der elliptischen Kuppeln an der entsprechenden Stelle.

Das Einzeichnen der verbesserten Kräftepläne bedarf keiner weiteren Erläuterung. Man sieht, dass sich an dem Kräfteplan des Ausschnitts 1 nichts geändert hat. Die Aenderungen werden vom zweiten bis zum siebenten Ausschnitt immer grösser. Die wagrech-

ten Kräfte ändern sich im Vergleich zu den lotrecht und schräg gerichteten Kräften nur wenig.

Für die Ringspannungen zeichnen wir versuchsweise auch wieder den Kräfteplan für einen Gürtel der affinen Kuppel. Auf Tafel II ist dies für den Ring III durchgeführt. Es ist wiederum der zweifache Masstab gegenüber den lotrechten Kräfteplänen gewählt. Dann sehen wir nach, welche von den Resultierenden aus den Ringspannungen sich geändert haben und tragen die veränderten Grössen der Reihe nach in einen neuen Kräfteplan ein. Haben wir alle Resultierenden für den Viertelsring der Grösse und Richtung nach aufgetragen, so beachten wir die Symmetrieachsen, die für den Kräfteplan des ganzen Ringes vorhanden sein müssen. Die eine Symmetrieachse geht durch die Mitte der Kraft $a\ b$ und steht auf ihr senkrecht, die andere geht durch die Mitte der Kraft $g\ h$ und steht senkrecht auf dieser. Die beiden Symmetrieachsen schneiden sich in dem Pol o, mit dem die Punkte a, b, c, d usw. verbunden werden. Die vom Pol o ausgehenden Strecken geben die Ringspannungen der Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke der Grösse und Richtung nach an. Es erübrigt dann nur noch, die Angriffspunkte dieser Ringspannungen so zu wählen, dass der Verlauf der Drucklinie sich möglichst eng an die eingezeichnete Mittellinie des Gürtels anschliesst. Wir machen zunächst einen Versuch, wählen den Angriffspunkt irgend einer Ringspannung beliebig und zeichnen von da ausgehend die Drucklinie ein. Wir sehen dann sofort, nach welcher Richtung hin eine Aenderung vorzunehmen ist. Schon beim zweiten Versuch haben wir die wahrscheinliche Drucklinie erhalten.

Da die Ringspannungen für die verschiedenen Ringe nicht im gleichen Verhältnis abnehmen, so muss für jeden Ring der Kräfteplan für sich geändert werden. Um ein vollständiges Bild über die genaue Kräfteverteilung zu erhalten, genügt es also nicht, wie für die affine Kuppel, einen einzigen Kräfteplan für sämtliche Ringspannungen zu zeichnen und nur eine Masstabsänderung vorzunehmen.

Für die affine Kuppel hatte man gefunden, dass im V. und VI. Ring Zugspannungen auftreten. Aus den verbesserten Kräfteplänen für die Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke ist ersichtlich, dass dies auch für letztere in den gleichen Ringen zutrifft. Die Resultierende aus den Ringspannungen hat aber nicht im gleichen Ver-

hältnis abgenommen. Während sie im V. Ring für den Ausschnitt 1 fast ungeändert geblieben ist, ist sie für den Ausschnitt 7, der ursprünglich eine grössere Kraft aufwies wie Ausschnitt 1, fast zu Null geworden. Im IV. Ring der affinen Kuppel treten nur Druckspannungen auf. Bei der Zeichnung der verbesserten Kräftepläne für die Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke ergeben sich jedoch für die Ausschnitte 6 und 7 Zugspannungen.[1]) Daraus kann geschlossen werden, dass die Nullage, d. h. die Stelle, wo keine wagrechten Spannungen auftreten für den Meridian der Längsachse nach aufwärts gerückt ist. Hätte man bei der affinen Kuppel diese Nullage ermittelt, so hätte man als geometrischen Ort aller Punkte ohne wagrechte Spannung einen wagrechten elliptischen konischen Ring erhalten. Für die Kuppel mit überall gleicher Wölbstärke wäre dann dieser konische Ring der Querachse nach gebogen, gleichsam als wäre er in der Längsachse eingespannt und würde durch seine eigene Schwere, wenn man sich ihn mit Eigengewicht behaftet vorstellen will, zu beiden Seiten sich durchbiegen.

Das angegebene Verfahren zur Bestimmung der Spannungen in der elliptischen Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke kann nur ein angenähertes sein. In der in jeder Hinsicht symmetrisch belasteten Kreiskuppel und der zu ihr affinen elliptischen Kuppel kann jede beliebig im Querschnitt gezogene Linie eine Stützlinie sein, wenn man nur die Ringspannungen passend dazu wählt. Die wahrscheinlichste Stützlinie ist jene, die sich an die Mittellinie möglichst eng anschliesst. Es wird daher die Mittellinie selbst zur Stützlinie

---

[1]) Der scheinbare Widerspruch, dass innerhalb eines und desselben Ringes sowohl Zug- wie Druckspannungen auftreten und sich das Gleichgewicht halten sollen, erklärt sich daraus, dass die Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke nicht wie die affine unendlich viele Symmetrieebenen besitzt, sondern, abgesehen von der Kämpferebene, lediglich nur deren zwei, die durch die Hauptmeridiane bestimmt sind. Nur in diesen zwei Ebenen werden Normalkräfte d. h. also wagrechte Kräfte übertragen. Die durch die übrigen Meridianebenen übertragenen Kräfte können nicht normal zu diesen, also nicht wagrecht, sein. Die Ringspannungen verlaufen berührend an eine räumliche Kurve, die an den Durchschnittspunkten mit den Hauptmeridianebenen wagrechte Tangenten besitzt, also nicht, wie bei der obigen Untersuchung angenommenen, berührend an eine ebene Kurve mit lauter wagrechten Tangenten.

werden müssen. Die dementsprechend zu bestimmenden Ringspannungen verlaufen berührend an die mittlere Kuppelfläche, die somit von sämtlichen auftretenden Spannungen berührt wird.

Wie weiter oben geschildert, würden bei gleichbleibender Wölbstärke der elliptischen Kuppel die Meridian- und Ringspannungen nicht mehr berührend an eine sphärische Fläche verlaufen, vielmehr würden sich deren zwei ergeben, wovon die eine, an welche die Meridianspannungen berührend verlaufen, sich mit der mittleren Kuppelfläche deckt, während die andere von dieser Fläche nach aussen wie nach innen hin abweicht.

Die tatsächlich zu erwartenden Spannungen werden indessen auch bei dieser Kuppel alle berührend an eine einzige Fläche verlaufen müssen. Diese Stützfläche, wie sie kurz genannt sein möge, wird sich mit der mittleren Kuppelfläche decken müssen; denn für die elliptische Kuppel mit gleichbleibender Wölbstärke gilt ebenfalls der Castiglianosche Satz vom Minimum der Formänderungsarbeit. Auch sie wird unendlich vielfach statisch unbestimmt sein. Die Spannungen, die berührend an die mittlere Kuppelfläche verlaufen, werden dem tatsächlich zu erwartenden Spannungszustand entsprechen. Die in Tafel II ermittelten Meridianspannungen sind daher die tatsächlich zu erwartenden. Lediglich die Ringspannungen sind nicht in der richtigen Weise zusammengefasst, da bei ihrer Bestimmung von der falschen Voraussetzung ausgegangen wurde, dass sie wagrecht gerichtet sein müssten. Das ist aber nicht richtig. Die Ringspannungen verlaufen vielmehr, wie oben Seite 49 schon auseinandergesetzt, in räumlichen Kurven, die in den Durchstosspunkten mit den Hauptmeridianebenen wagrechte Tangenten besitzen. Nur in der Kämpferebene selbst, die auch eine Symmetrieebene der Kuppel ist, müssen die Ringspannungen wagrecht, also in der Kämpferebene selbst verlaufen.

Wir können für jeden einzelnen Kuppelausschnitt die Nulllage ermitteln, d. h. die Stelle, wo keine Ringspannungen auftreten.

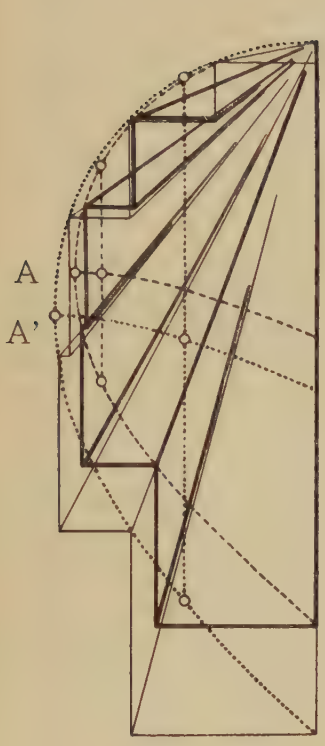


Bild 9.

Bild 9 stellt diese Ermittlung für den Auschnitt 5 dar. Verbinden wir im Kräfteplan die Endpunkte der Fugendrücke durch eine stetige Linie, so erhalten wir jeweils eine herzförmige Kurve, die im Pol O des Kräfteplans eine wagrechte, im entgegengesetzten Punkt aber eine schräg gerichtete Tangente besitzt.

Ziehen wir vom Pol aus zwei Strahlen, bis sie die eine dieser Kurven schneiden, so stellen diese Strecken Fugendrücke dar. Die zu dem ausgeschnittenen Bogenstück gehörige Sehne ist die Resultierende aus den beiden Fugendrücken. Die lotrechte Teilkraft dieser Resultierenden ist das Gewicht des Wölbsteins, auf den die beiden Fugendrücke wirken. Die wagrechte Teilkraft ist die Resultierende aus den Ringspannungen für diesen Wölbstein.

An der Stelle, wo die Kurve eine lotrechte Tangente besitzt, wird die Resultierende aus den Drücken auf zwei benachbarte, von einander unendlich wenig entfernte Fugen lotrecht gerichtet sein. Die Ringspannung ist also hier gleich Null.

Der Berührungspunkt der lotrechten Tangente bestimmt sich genügend genau, indem man eine Anzahl lotrechter Sehnen zieht und halbiert; der geometrische Ort der Sehnenmitten ist eine krumme Linie, die, freihändig verlängert, auf den gesuchten Berührungspunkt A führt. Zieht man dann gleichlaufend zu O A eine Berührende an die Mittellinie des zugehörigen Meridianschnitts, so erhält man im Berührungspunkt die Stelle der Nullspannung.

Die Verbindungslinie aller dieser Nullpunkte gibt eine von den genannten räumlichen Kurven. Sie ist es, die aus der wagrechten Ebene am meisten abweicht, da in der Kämpferebene die Ringspannungen wieder wagrecht verlaufen und nach dem Kuppel-

scheitel hin mehr und mehr der Spannungszustand der affinen Kuppel zu erwarten ist.

Von Bedeutung ist lediglich der Verlauf der Ringspannungskurven unterhalb der Nullinie. Man wird gegebenenfalls die Eiseneinlagen den Ringspannungskurven entsprechend gebogen verlegen. Durch zweckmässig gewählte Interpolation zwischen der Nullkurve und der Kämpferkurve wird es gelingen, annähernd den Verlauf von Zwischenkurven zu bestimmen.

Ueber die Stärke der Eiseneinlagen und das unter Umständen mögliche Kleinerwerden des Querschnitts derselben von der kleinen nach der grossen Achse der Kuppel zu, muss von Fall zu Fall entschieden werden. Auf Tafel I ist auf einer Nebenzeichnung in schiefer Ansicht der ungefähre Verlauf der unteren Ringspannungen eingezeichnet. Diese Kurven zeigen, dass die Einteilung der einzelnen Kuppelausschnitte in eine Anzahl Wölbsteine nicht ganz beliebig vorgenommen werden kann. Sie müsste vielmehr so erfolgen, dass die Schwerpunkte der Stossfugen der einzelnen Wölbsteine auf Ringspannungskurven liegen. Da man aber deren Verlauf im Voraus nicht kennt, wird man immer zuerst eine Untersuchung nach dem angenäherten Verfahren vornehmen müssen. Eine nochmalige Verbesserung der Ergebnisse wäre denkbar; ihr Wert steht aber nicht im Verhältnis zu der dazu erforderlichen Mühe.

VII. Das Klostergewölbe über rechteckigem und gestreckt vieleckigem Grundriß.

Das Klostergewölbe über rechteckigem Grundriss kann man sich bekanntlich aus den Tonnenresten zusammengesetzt denken, die bei der Bildung des Kreuzgewölbes übrig blieben. Die statische Untersuchung weicht aber sehr stark von jener der Tonne oder des Kreuzgewölbes ab.[1]) Betrachtet man ein Klostergewölbe über quadratischem

[1]) Vergleiche Föppl A. Theorie der Gewölbe, 1881. Seite 150.

Grundriss, so bestehen dafür bei gleichmässiger Belastung vier Symmetrie-Ebenen. Zwei geben durch die Mitten der Gewölbekappen, die anderen sind die beiden Gratebenen. Diese vier Ebenen stehen senkrecht auf der Kämpferebene. Alle Kappen haben den gleichen Spanungszustand. Der Symmetrie wegen können in den genannten Ebenen nur normal zu diesen gerichtete Kräfte übertragen werden. Diese Kräfte sind also alle wagrecht gerichtet. Betrachtet man die von einer Gewölbekappe auf die benachbarten übertragenen Kräfte, so ergibt sich, dass die Resultierenden aus allen diesen Kräften in die Mittelebene der Kappe fallen müssen, um den in dieser Ebene wirkenden Kräften, nämlich dem Gewicht der Kappe und der Resultierenden aus den Widerlagerdrücken, das Gleichgewicht zu halten. Diese Resultierende ist $\sqrt{2}$ mal so gross, wie die Gesamtkraft aus allen in der Gratebene von einer Kappe auf die benachbarte übertragenen Kräfte. Ueber die Verteilung dieser Kräfte längs des Grates (richtiger der Kehle) ist zunächst noch nichts bekannt. Ihre Grösse könnte man durch eine ähnliche Untersuchung, wie der eines Kuppel-Ausschnittes ermitteln. Denkt man sich nämlich durch eine Kappe einen Schnitt in der Richtung der Lagerfugen gezogen, so gilt für den durch diese Fuge begrenzten oberen Teil eine ähnliche Gleichgewichtsbedingung, wie für die ganze Kappe. Die wagrechte Resultierende aus sämtlichen Gratspannungen muss dem Gewicht des oberen Teiles und der Resultierenden aus den Drücken auf die Lagerfuge das Gleichgewicht halten. Man kann nun für eine grosse Anzahl solcher Lagerfugen die Schnittpunkte der Resultierenden aus den Fugendrücken mit den Lagerfugen sich ermittelt denken. Verbindet man diese Schnittpunkte unter einander durch eine stetige Linie, so erhält man die Drucklinie der Kappe.*)

Wird das Klostergewölbe über rechteckigem Grundriss vollkommen affin zu jenem über quadratischem Grundriss ausgebildet, so kommen auch die Schwerpunkte der Gewölbekappen und die der Flächen durch die die Kräfte übertragen werden in affine Lage. Zwei benachbarte Kappen sind auch gegenseitig einander in Bezug auf die die Kappen trennende Gratebene affin. Die Richtung der Affinitätsstrahlen ist

*) Diese Drucklinie entspricht aber jener des Kuppelgewölbes durchaus nicht vollständig. Vergleiche hierüber Föppl A. Theorie der Gewölbe, Seite 151, Absatz 2.

gegeben, durch die Richtung der Schnittgeraden zwischen der anderen Gratebene und der Kämpferebene. Die räumliche Affinität wird in diesem besonderen Falle zur schiefen Symmetrie. Zwei benachbarte Kappen sind in Bezug auf die Gratebene schief symmetrisch. Sie stehen bei gleichmässiger Belastung in einem ähnlichen Spannungszustand, wie zwei benachbarte Kappen eines quadratischen Klostergewölbes. Die von einer Kappe auf die andere durch die Gratebene übertragenen Kräfte müssen der Symmetrie wegen in die Projektionsrichtung fallen, müssen also wagrecht gerichtete Kräfte sein. Betrachtet man eine Kappe für sich, so fällt die Resultierende aus allen in den Gratebenen übertragenen Kräften in die Mittelebene der Kappe. Bei derjenigen Kappe die den gleichen Meridianschnitt zeigt wie jene des quadratischen Klostergewölbes, ist diese Kraft kmal und bei derjenigen, welche den Meridianschnitt der Affinität entsprechend geändert hat, k^2 mal so gross wie die ihr entsprechende Kraft im quadratischen Gewölbe.*) Die Kräftepläne werden somit jenen des quadratischen Gewölbes affin. Man kann daher die Untersuchung eines Klostergewölbes über rechteckigem Grundriss auch auf die eines solchen über quadratischem Grundriss zurückführen. Selbst wenn es hinsichtlich der Wölbstärke nicht ganz affin zu diesem ausgeführt wird, wenn es also überall gleiche Wölbstärke aufweist, kann man doch annehmen, dass ein ähnlicher Spannungszustand zu erwarten ist, wie in dem affinen Gewölbe. Auf jeden Fall gibt die Untersuchung des affinen Gewölbes Aufschluss über die ungefähr zu erwartenden Spannungen, besonders wenn die Nachmauerung hoch hinaufreicht.

*) Dies folgt aus einer ähnlichen Ueberlegung wie bei der Tonne Seite 14 und 15.

VIII. Die böhmische Kappe über rechteckigem Grundriß.

Für die böhmische Kappe über quadratischem Grundriss kann, wenn die Diagonalebenen Symmetrie-Ebenen darstellen, eine ähnliche Gleichgewichtsbedingung aufgestellt werden, wie für das Klostergewölbe über quadratischem Grundriss. Ein durch den Schildbogen und zwei Diagonalebenen begrenzter Gewölbe-Ausschnitt wird durch die schief gerichteten Auflagerdrücke und durch die in den Diagonalebenen übertragenen wagrechten Kräfte im Gleichgewicht gehalten. Dies gilt auch von jedem Teilstück dieser Kappe, das durch Schnitte normal zum Meridian der Mittelebene der Kappe erhalten wird. Durch ein ähnliches Vorgehen wie bei der Untersuchung eines Kuppel-Ausschnitts kann die Grösse der in den Diagonalebenen übertragenen wagrechten Kräfte und die Resultierende aus den Fugendrücken gefunden werden. Man erhält aber nur die in der Mittelebene der Kappe angreifenden Resultierenden aus den Widerlagerdrücken, während man über die Grösse der einzelnen Drücke auf die Schildbogenmauer im Ungewissen bleibt. Schliesslich ist dies nicht von so grosser Bedeutung, denn bei der Untersuchung der Standfestigkeit der Widerlagsmauer würde in den meisten Fällen doch nur die Resultierende als äussere Kraft eingeführt werden.

Die böhmische Kappe über rechteckigem Grundriss müsste affin zu der über quadratischem Grundriss gebildet sein, um die Ergebnisse der statischen Untersuchung derselben auf sie zu übertragen. Aus der einfachen Symmetrie wird eine schiefe. Die Ergebnisse sind ähnlich wie beim Klostergewölbe über rechteckigem Grundriss. Was dort hinsichtlich der sich gleichbleibenden Wölbstärke gesagt wurde, kann auch für die böhmische Kappe als gültig erachtet werden.

IX. Die böhmische Kappe mit steigender Achse.

In den Rahmen dieser Betrachtung kann natürlich nur jene steigende böhmische Kappe fallen, die vollkommen räumlich affin zu einer in Bezug auf die Diagonalebenen symmetrisch gestalteten böhmischen Kappe mit wagrechter Kämpferebene konstruiert ist. Nach all dem bisher Erläuterten ist es nicht schwierig, die Spannungsverteilung in einem solchen Gewölbe zu überblicken. Die einzelnen, durch die lotrechten Diagonalebenen ausgeschnittenen Kappenteile sind in Bezug auf diese räumlich symmetrisch. Projektionsrichtung ist jeweils die nicht zugehörige Diagonale der Kämpferebene. Im übrigen gelten die gleichen Ueberlegungen wie unter Abschnitt VIII in übertragenem Sinne. Steigende böhmische Kappen kommen häufig unter Treppenläufen vor. In vielen Fällen wird jedoch die steigende Kappe nicht den obigen Anforderungen genügen. Dieser Fall kommt aber hier nicht in Betracht.

Schlußwort.

Die hauptsächlichsten Gewölbearten sind nun durchbesprochen und ihr statisches Verhalten näher erläutert. Wenn auch stets nur von den affinen Gewölben die Rede ist, so kann man doch aus dem über sie Gesagten leicht Schlussfolgerungen auf jene machen, die sich nicht auf einfache Formen zurückführen lassen. Die meisten vorkommenden Gewölbe aber, wenigstens die grösseren, bei denen sich eine statische Untersuchung lohnt, sind einfacher Form.

Es sollte mich freuen, wenn durch diese Erörterungen das Dunkel, das über der statischen Untersuchung des einen oder anderen Gewölbes noch herrscht, ein wenig gelichtet und in der Praxis von den angegebenen Untersuchungsarten Gebrauch gemacht würde.

Vielen Dank schulde ich meinen hochverehrten Lehrern, Herrn Professor *E. v. Mecenseffy*, der mit grosser Teilnahme die Entwicklung dieser Arbeit verfolgte und in liebenswürdigster Weise sich an der Durchsicht der Korrekturbögen beteiligte, und Herrn Geheimen Hofrat Dr. *A. Föppl*, für eine Menge Anregungen und Förderungen im Laufe der Arbeit.

Mögen mir die beiden Herren gestatten, ihnen hiefür auch an dieser Stelle meinen innigsten Dank auszusprechen.

Druckfehler-Berichtigung.

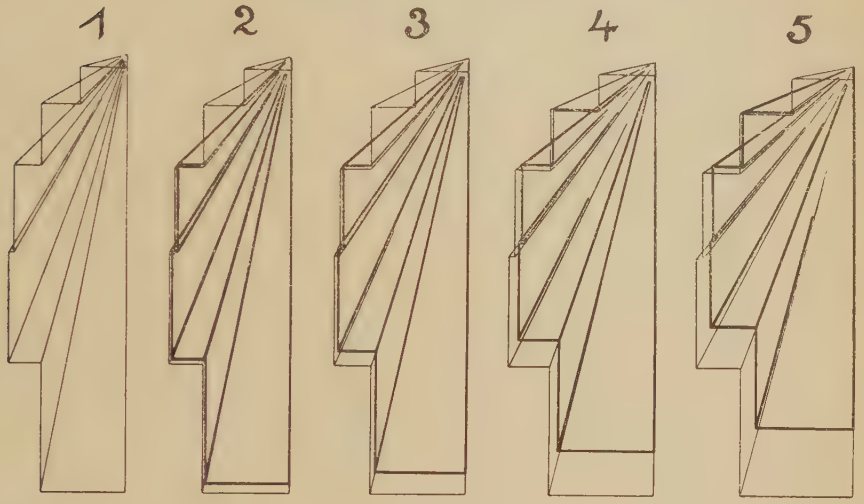
Seite 31, 2. u. 5. Zeile von unten ist zu lesen „Abschnitt IV“ statt „Abschnitt 4“.
Seite 31, 3. Anmerkung, 7. Zeile von unten ist zu lesen „in ngleich grosse Ausschnitte“ statt „in ungleich grosse Ausschnitte“.
Seite 32, 8. Zeile von unten ist zu lesen „Ring III'“ statt „Ring 3_0“.

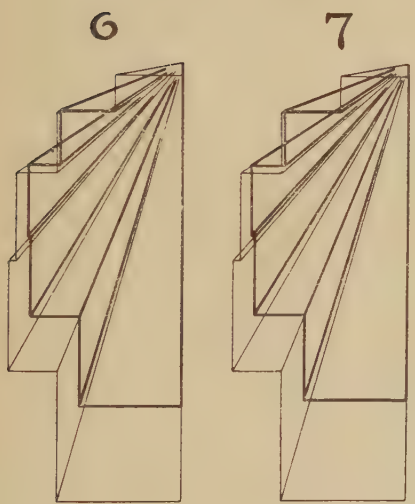
Lebenslauf.

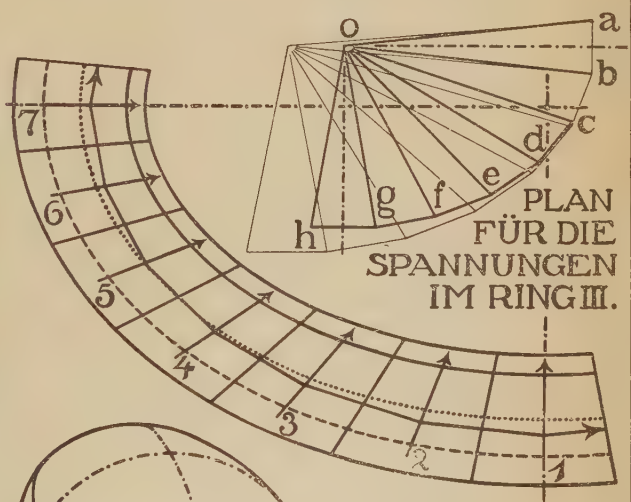
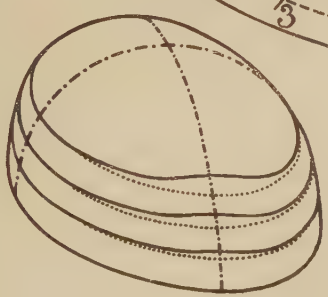
Der Verfasser ist am 6. August 1887 zu Neuenmarkt in Oberfranken geboren. Er ist der Sohn des 1895 verstorbenen Stationsdieners Herrn Joseph Gross und seiner Gattin Paula, geb. Magel. Seine ersten Kinderjahre verlebte er zu Nürnberg. Später wählte seine Mutter ihren Wohnsitz in Augsburg. Hier besuchte er die Volks-, Real- und Industrieschule. Im Jahre 1906 widmete er sich an der technischen Hochschule zu München dem Studium der Architektur, legte 1908 die Vorprüfung und 1910 als erster unter 35 Kandidaten die Hauptprüfung für Architekten ab. Gelegenheit zu praktischer Betätigung fand er bei den Neubauten für den Botanischen Garten in München-Nymphenburg, die durch Herrn Bauamtmann Ludw. Ullmann unter der Oberleitung Herrn Ministerialrats Ludw. Ritter v. Stempel ausgeführt wurden. (Errichtung eines Institutsgebäudes, je eines Wohnhauses für den Direktor, den Kustos und den Pförtner, eines Kesselhauses, einer Arbeits- und einer Ueberwinterungshalle, der Gewächshäuser usw.) Seit 1912 ist er Assistent bei Herrn Professor E. v. Mecenseffy an der K. Technischen Hochschule zu München.

TAFEL II.

PLÄNE FÜR DIE MERIDIANKRÄFTE IN DEN AUSSCHNITTEN







PLAN FÜR DIE SPANNUNGEN IM RING III.